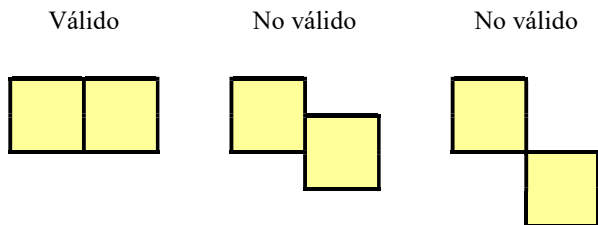


POLIMINÓS

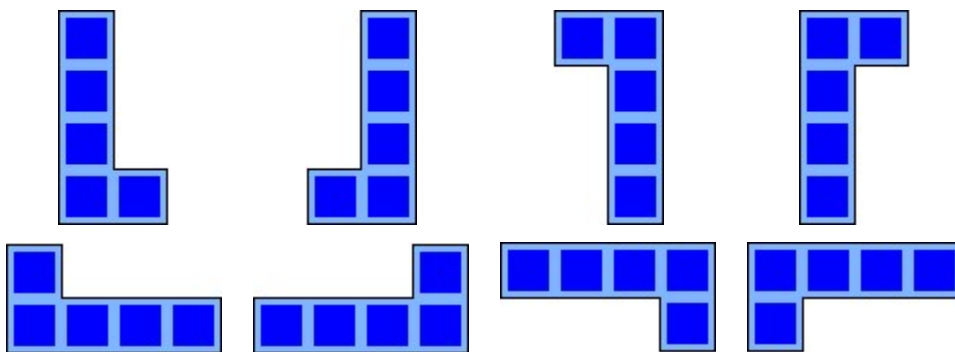
1. Definición

Todos conocemos lo que es un dominó. La ficha de dominó está formada por dos cuadrados iguales unidos por un lado. A partir de esa figura Solomon W. Golomb (1932-2016), catedrático de la Universidad del Sur de California acuñó, en 1953, el término **poliminós** (en inglés, polyominoes) para indicar todas las figuras que se pueden formar uniendo varios cuadrados iguales siempre mediante un lado completo.

La forma de unir dos cuadrados es la siguiente:



Antes de trabajar con ellos, vamos a diseñar los distintos poliminós posibles. Dos poliminós se consideran iguales si es posible tomar uno de ellos y situarlo sobre el otro. Por ejemplo, los ocho siguientes pentominós son el mismo:



Es decir, son iguales aquellos poliminós que pueden obtenerse uno de otro por algún movimiento de giro (rotación) o simetría.

ACTIVIDAD 1.

En la trama cuadriculada:

- a) Dibuja todos los triminós, usando tres cuadrados.
- b) Dibuja ahora los tetraminós, usando cuatro cuadrados.
- c) Dibuja por último los pentominós, usando cinco cuadrados.

En cada proceso, para que te sea más fácil y no se te quede ninguna pieza sin encontrar, sería conveniente que partieras de un nivel inferior y probaras todas las piezas que aparecen a partir de ese nivel, añadiendo un nuevo cuadrado en todas las posiciones posibles.

- d) Si solo se consideran iguales las formas obtenidas mediante rotación pero no mediante reflexión, ¿cuántos pentominós diferentes hay?

ACTIVIDAD 2.

Crea un código que sirva para identificar y diferenciar los pentominós.

ACTIVIDAD 3.

Consideremos la idea de genealogía de los poliminós:

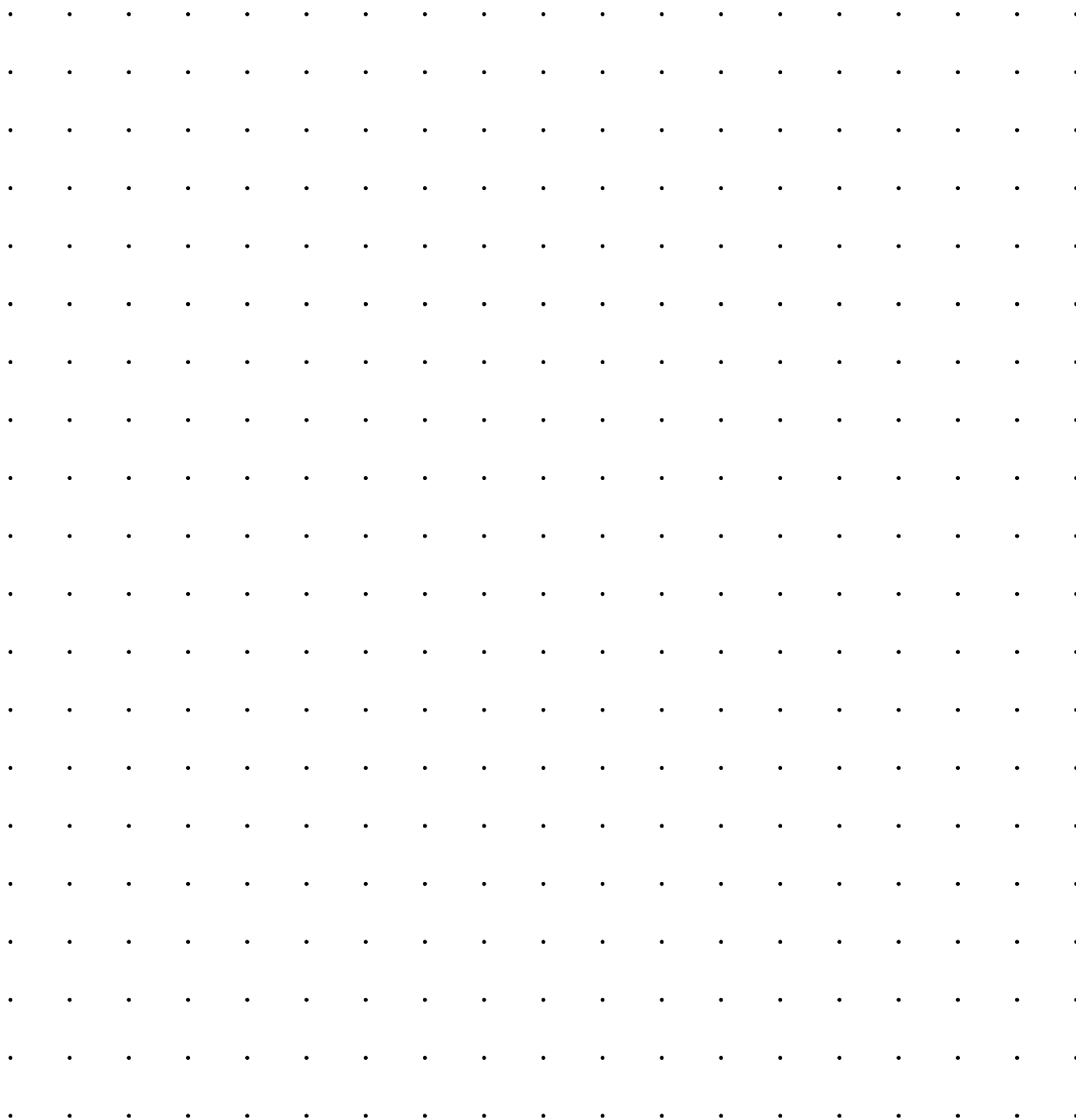
- ¿Un mismo tetraminó se puede obtener a partir de dos triminós distintos?
- ¿Cuál es el tetraminó que proviene de más triminós?
- ¿Cuál es el triminó que genera más tetraminós?
- ¿Y un mismo pentominó a partir de dos tetraminós distintos?
- ¿Cuál es el pentominó que proviene de más tetraminós?
- ¿Cuál es el tetraminós que genera más pentominós?
- ¿Cuál es el tetraminós que genera menos pentominós?

ACTIVIDAD 4.

Toma el pentominó L, ¿cuántos hexaminós distintos se pueden construir a partir de él? ¿Cuáles de ellos corresponden al desarrollo de un cubo?

ACTIVIDAD 5.

Utilizando la pieza del dominó y una de las piezas de los triminós, ¿es posible conseguir todos los pentominós? ¿Cuáles no?



ACTIVIDAD 6.

Algunos de los pentominós pueden dividirse en el dominó y en uno de los triminós de dos maneras distintas. Dibuja todos los pentominós que tienen esta propiedad y señala las distintas divisiones.



2. Teselación del plano

El cuadrado es uno de los polígonos regulares que permiten teselar el plano, es decir, si colocamos cuadrados unos junto a otros podemos rellenar completamente la superficie plana sin dejar ningún resquicio, como se ve en la figura 1. Lo mismo se puede hacer con triángulos equiláteros y hexágonos regulares. Existen otros tipos de figuras no regulares que también recubren el plano; por ejemplo, en la figura 2 aparece una pieza típica de la cerámica que recubre la Alhambra, la pajarita nazarí.

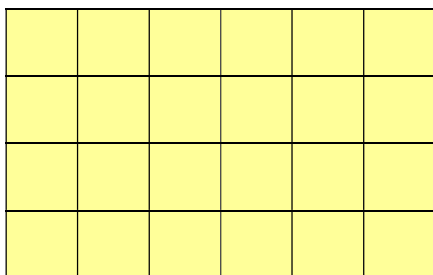


Figura 1

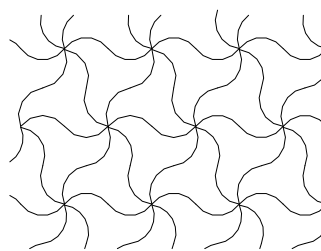
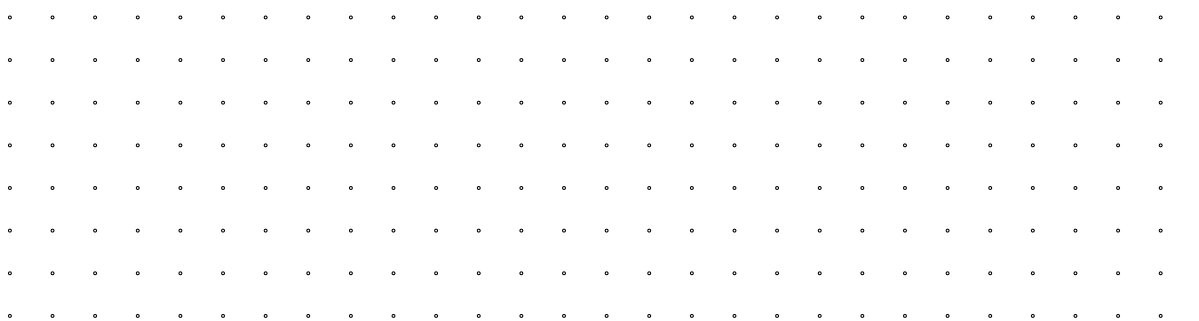


Figura 2

Vamos a intentar teselar el plano utilizando los pentominós.

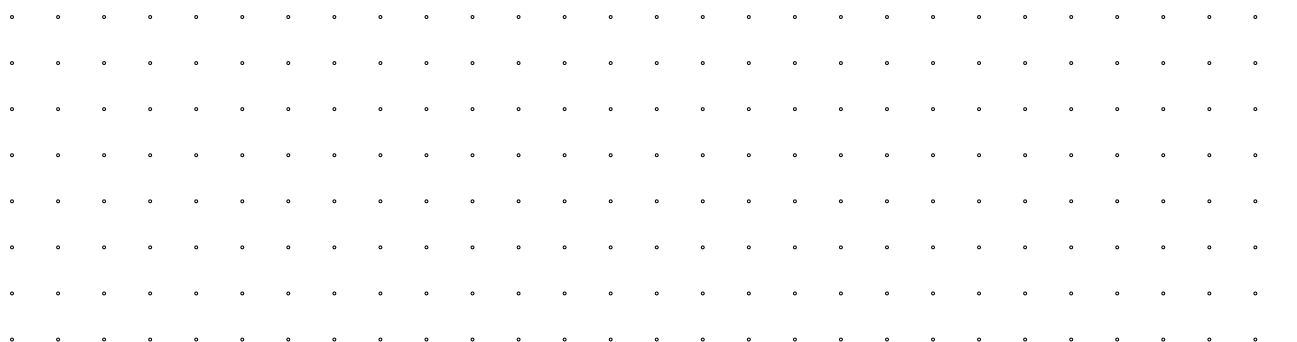
ACTIVIDAD 7.

¿Cuáles de las piezas de los pentominós servirían para teselar el plano?



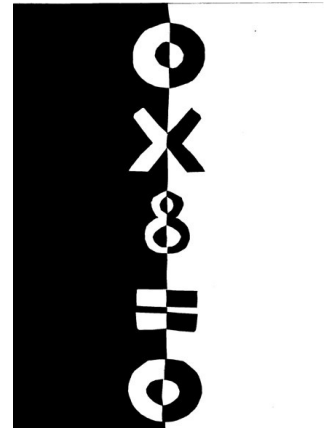
ACTIVIDAD 8.

Busca parejas de pentominós que sirvan para teselar el plano.



3. Simetrías

Una figura tiene eje de simetría cuando podemos trazar una línea que la divide en dos partes que son iguales, es decir, su forma, tamaño y posición son las mismas en ambos lados de la línea. Por ejemplo, en la figura siguiente tenemos un eje de simetría.



ACTIVIDAD 9.

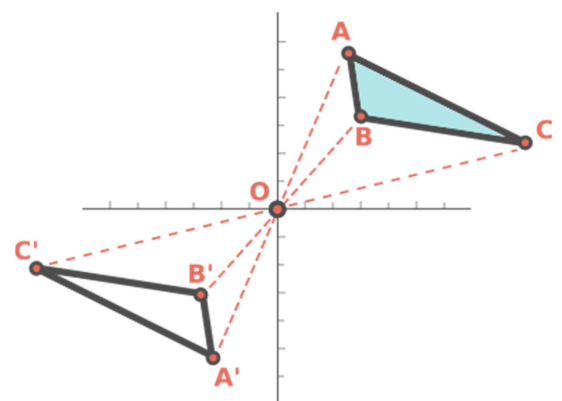
Dibuja los pentominós que tienen ejes de simetría y escribe en la tabla siguiente cuáles son. Indica también cuántos ejes de simetría tienen cada una de esas piezas.

Pentominó	Ejes de Simetría

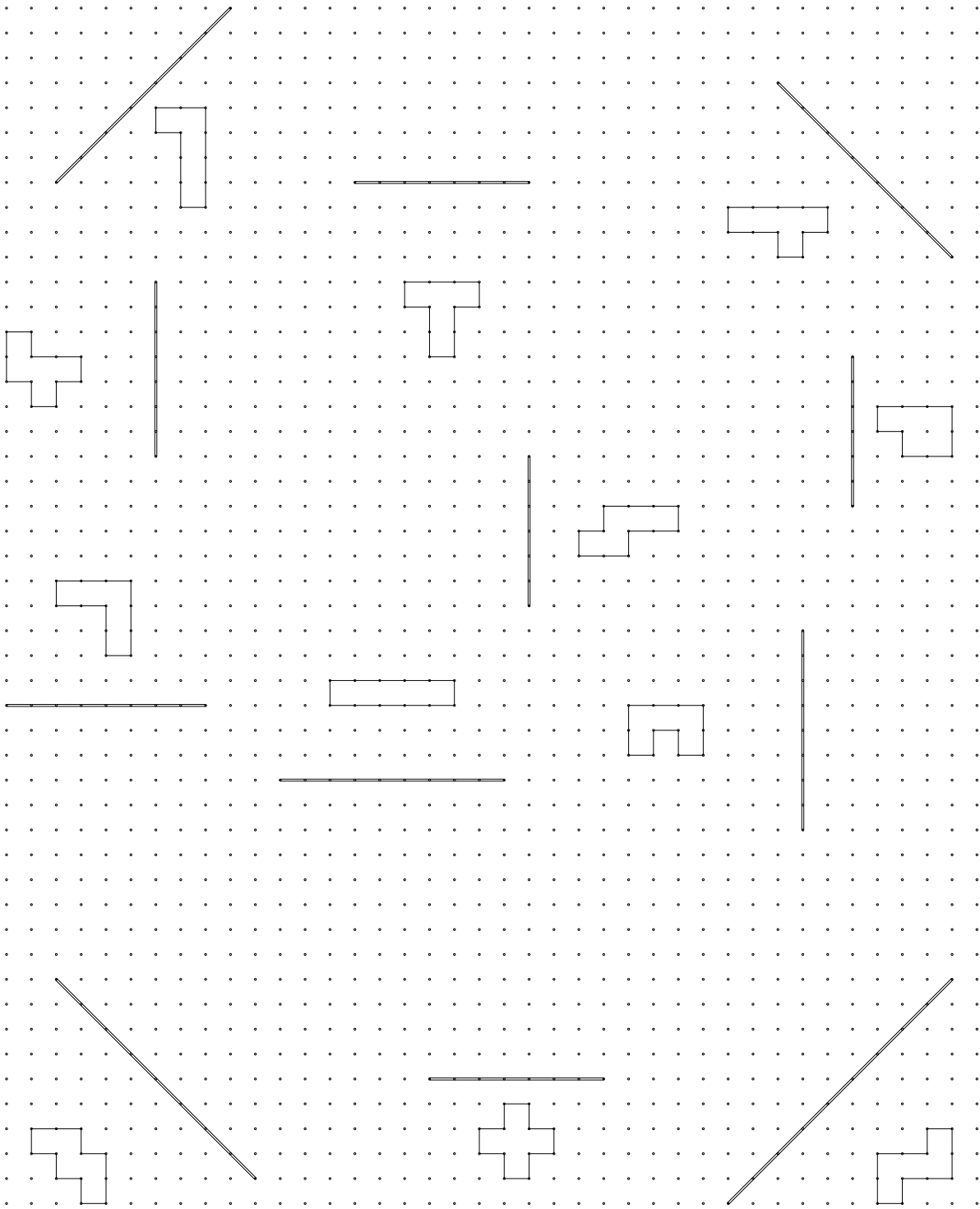
La **simetría central** se da con respecto de un punto llamado centro de rotación o punto medio, y consiste en una rotación de 180° .

Para trazar una figura simétrica a otra con respecto de un punto, se realizan los siguientes pasos:

1. Dada una figura se marca el punto O.
2. Se trazan segmentos de recta a partir de cada vértice de la figura y se hacen pasar por O.
3. Se miden con el compás las distancias del punto O a los puntos de la figura y se trasladan sobre los segmentos de recta, obteniendo así la imagen de cada punto. Después se unen y se obtiene la rotación de la figura inicial.

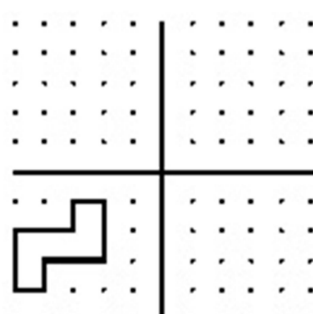
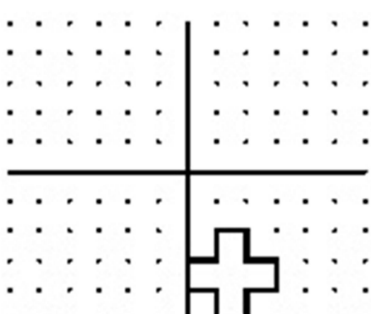
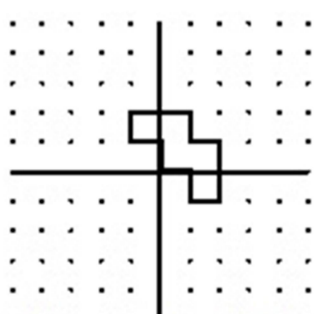
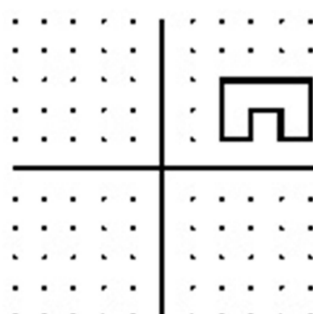
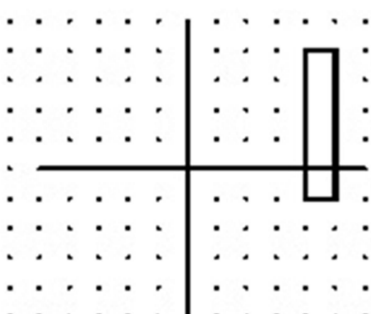
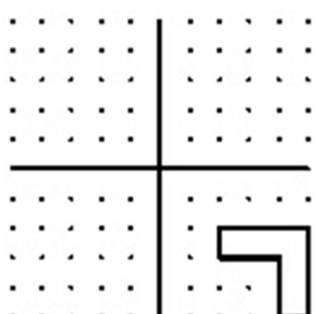
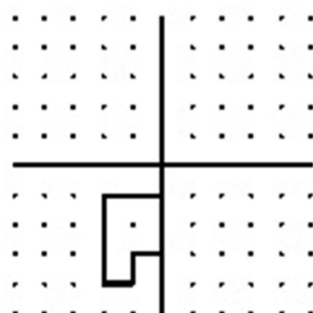
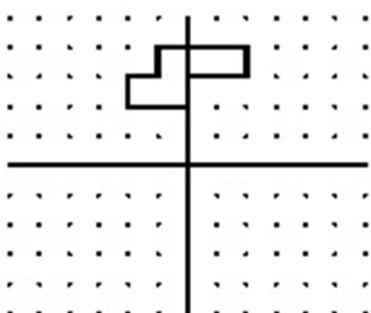
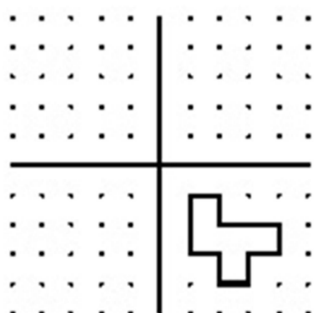
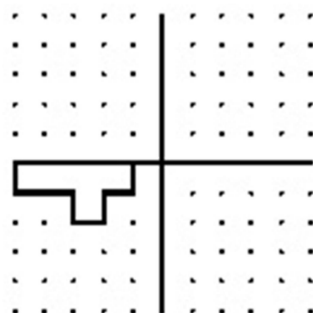
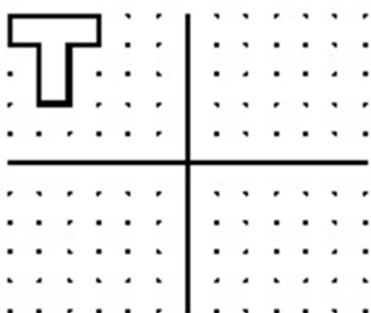
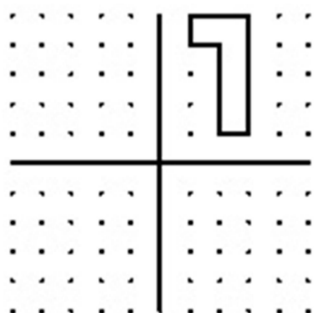


ACTIVIDAD 10. Dibuja las piezas que quedarían de los pentominós mediante simetría axial en los distintos casos.



ACTIVIDAD 11

Dibuja las piezas que quedarían de los pentominós mediante simetría central en los distintos casos.

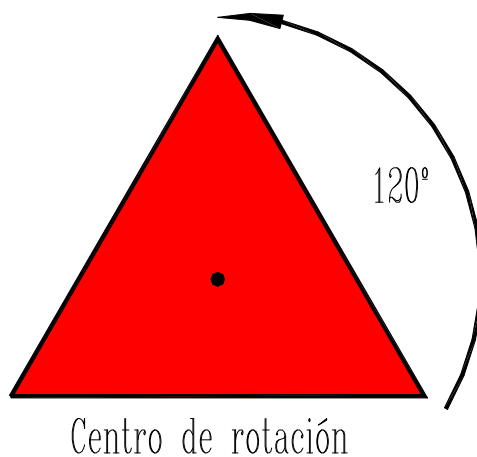


ACTIVIDAD 12.

Algunas de las piezas de los pentominós pueden quedar igual al reflejarlas en un espejo (o hallar su simétrica respecto de un eje de simetría exterior). En algunos casos depende de cómo se coloque la pieza frente a la línea de simetría. Encuentra cuáles de los 12 pentominós pueden quedar invariantes al hallar su simétrico respecto de un eje exterior y en qué posición deben colocarse respecto al eje.

4. Giros

Una figura tiene centro de rotación o giro cuando al girar la pieza alrededor de ese punto se obtiene la misma pieza sin haber girado 360° . El ángulo que es necesario girar para obtener de nuevo la pieza, medido en sentido contrario al del movimiento de las agujas del reloj, se llama ángulo de giro. Por ejemplo el triángulo equilátero tiene un centro de rotación con un ángulo de giro de 120° .



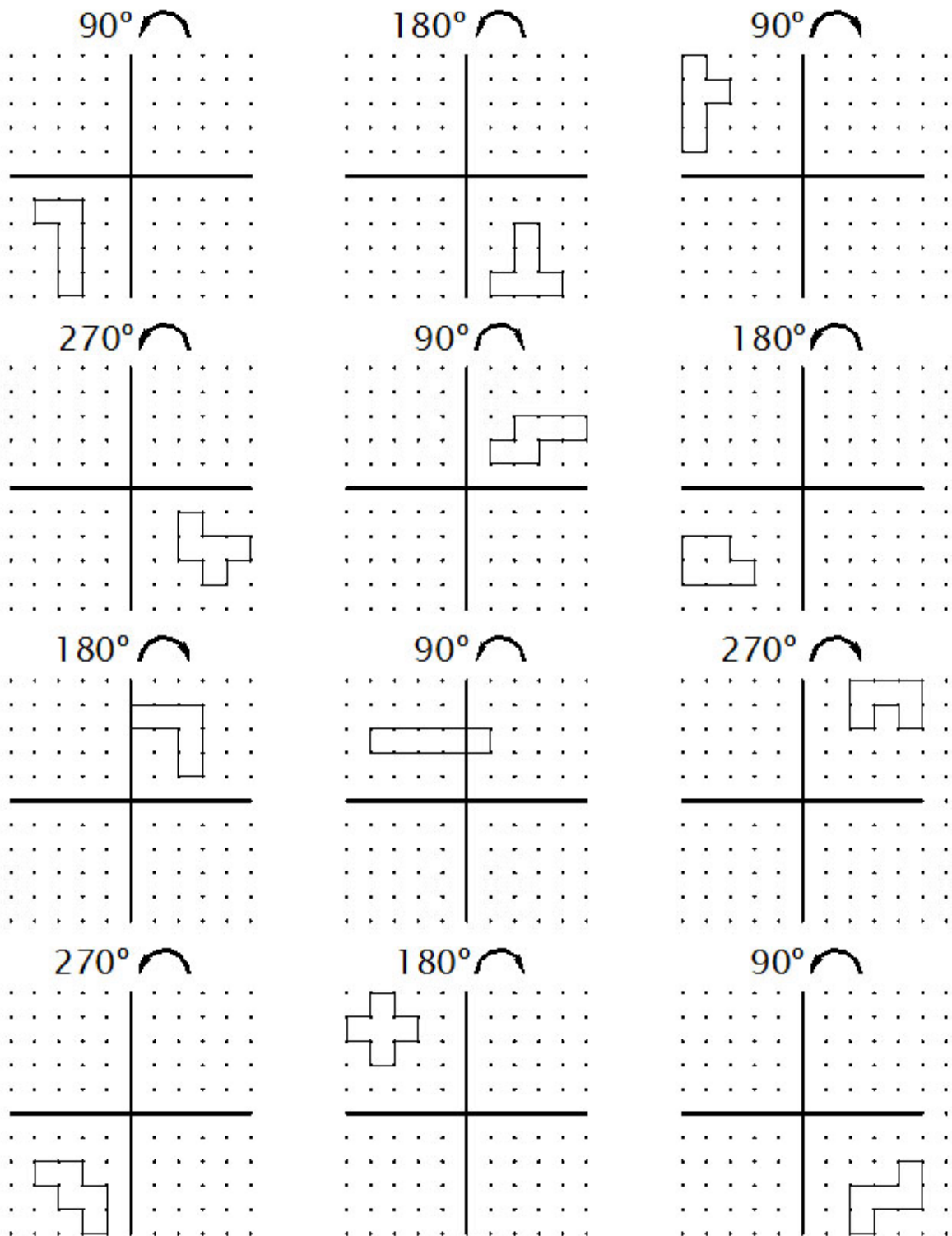
ACTIVIDAD 13.

Dibuja los pentominós que tienen centro de rotación e indica en cada caso cuál es el ángulo de giro.

Pentominó	Ángulo de giro

ACTIVIDAD 14.

Dibuja los transformados de los pentominós respecto al origen de coordenadas y con el giro que se indica en cada caso, para ello utiliza la hoja de giros de piezas.



5. Áreas y perímetros

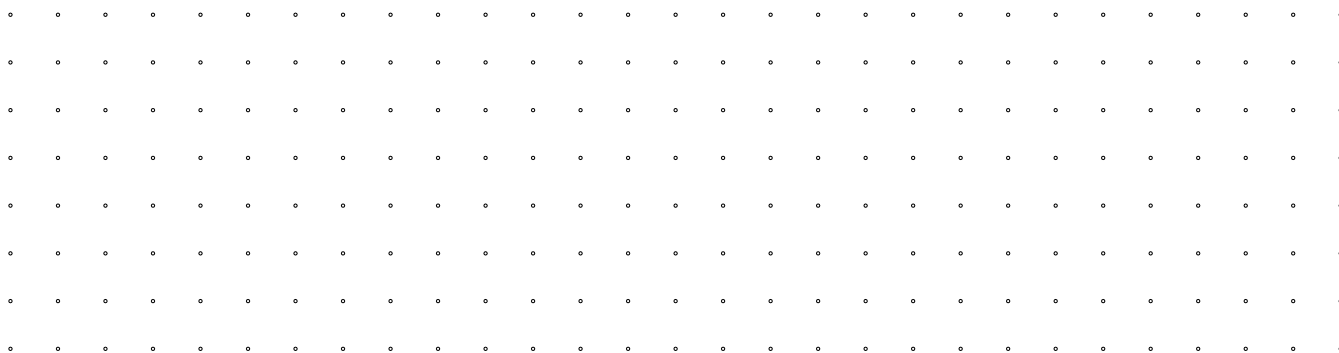
ACTIVIDAD 15.

Todos los pentominós están formados por cinco cuadrados, por lo que su área es la misma siempre. ¿Tienen todos el mismo perímetro? Haz una tabla agrupando los pentominós según su perímetro. (Toma el lado del cuadrado base que compone el pentominó como unidad de medida de longitud)

Pentominó	Perímetro	Pentominó	Perímetro
F		U	
I		V	
L		W	
N		X	
P		Y	
T		Z	

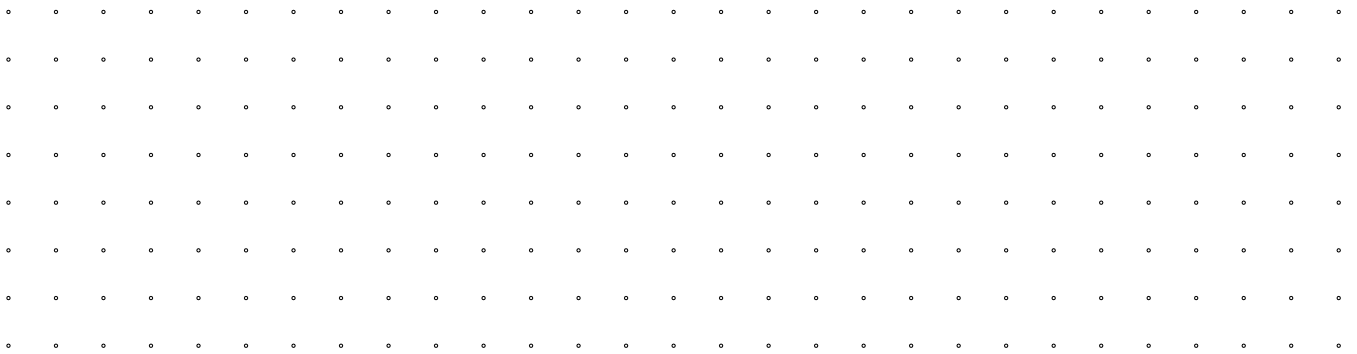
ACTIVIDAD 16.

Elige los pentominós que necesites para construir, con los mismos pentominos, dos figuras que tengan distinto perímetro e igual área.



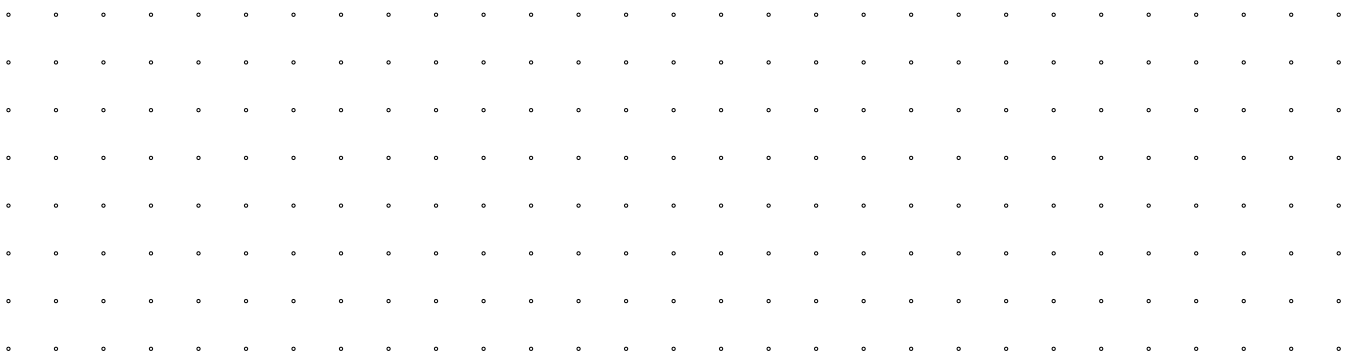
ACTIVIDAD 17.

Elige los pentominós que necesites para construir dos figuras que tengan igual perímetro e igual área. Dibuja en cada caso las figuras, señalando las divisiones correspondientes a los pentominós.



ACTIVIDAD 18.

Elige los pentominós que necesites para construir dos figuras que tengan igual perímetro y distinta área.



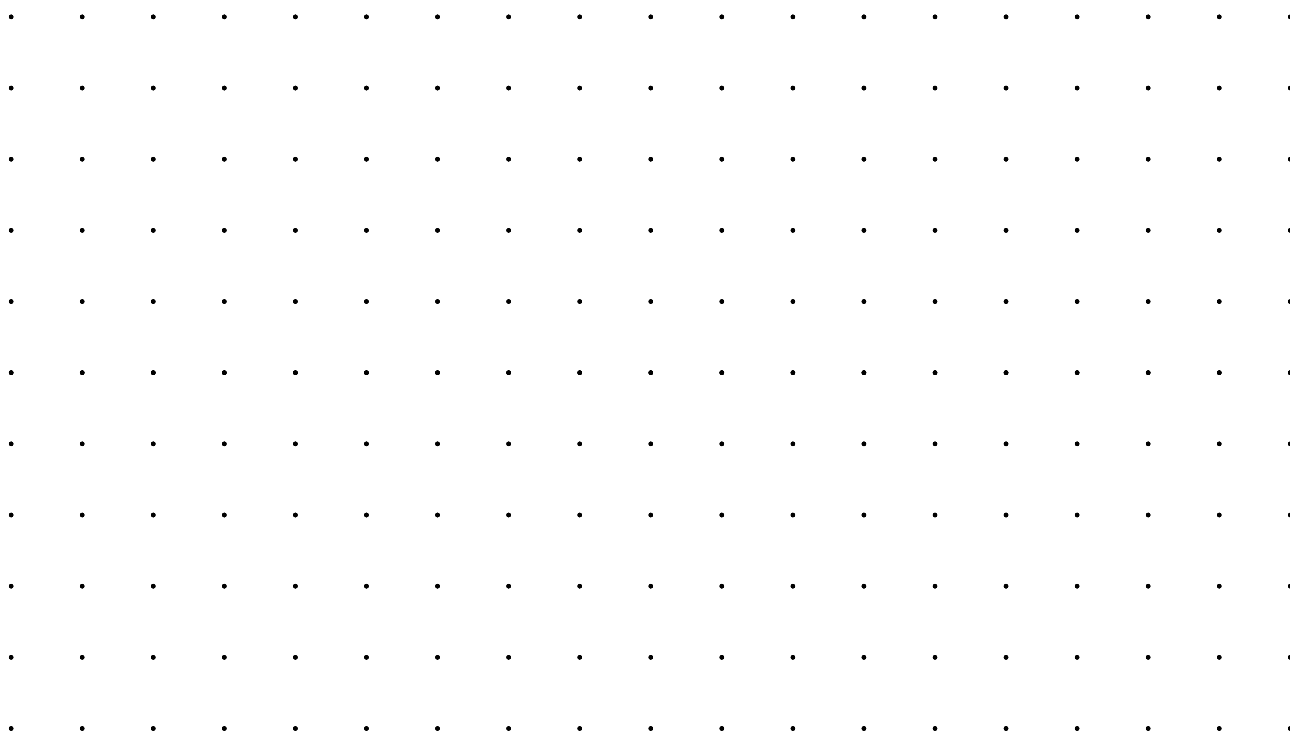
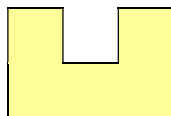
6. Escalas

ACTIVIDAD 19.

Queremos construir un pentominó a doble escala, es decir de lado doble, ¿cuántos pentominós simples necesitamos?

ACTIVIDAD 20.

Selecciona los pentominós que necesites para reproducir el siguiente pentominó a doble escala.



ACTIVIDAD 21.

Construye otros pentominós a doble escala. ¿Es posible construir todos los pentominós a doble escala, incluso sin necesidad de utilizar la pieza que se amplía?

ACTIVIDAD 22.

Es posible construir todos los pentominós a triple escala, incluso sin necesidad de utilizar la pieza que se amplía.

Construye algunos pentominós a triple escala.

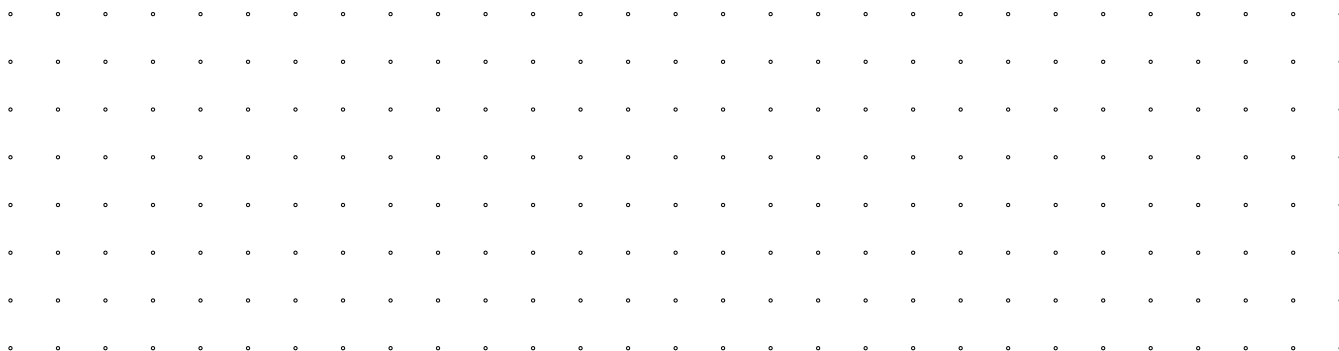
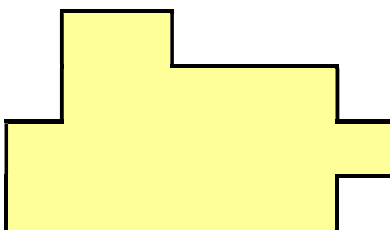
7. Construcción de figuras

ACTIVIDAD 23.

Hay muchas maneras de elegir cinco pentominós y con ellos construir un cuadrado. Encuentra al menos dos formas diferentes. ¿Es posible hacerlo con piezas distintas?

ACTIVIDAD 24.

Dada la siguiente figura construida por 20 cuadrados, reparte los 12 pentominós en tres grupos de cuatro cada uno de forma que con cada uno de esos grupos puedas construir la figura.



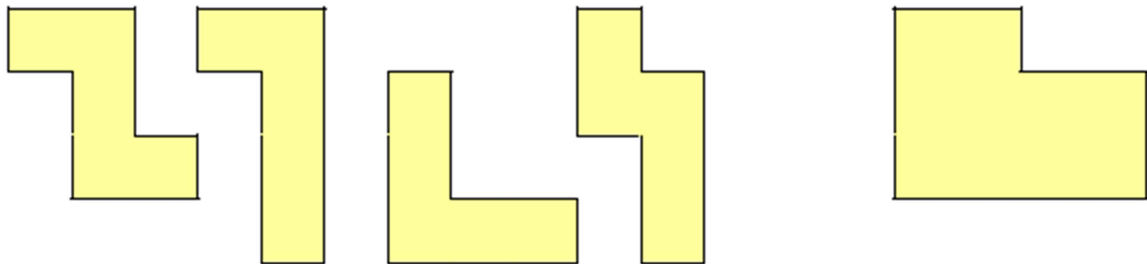
ACTIVIDAD 25.

¿Qué superficies rectangulares se pueden rellenar con los 12 pentominós? Construye con tus pentominós algunos de esos rectángulos.

ACTIVIDAD 26.

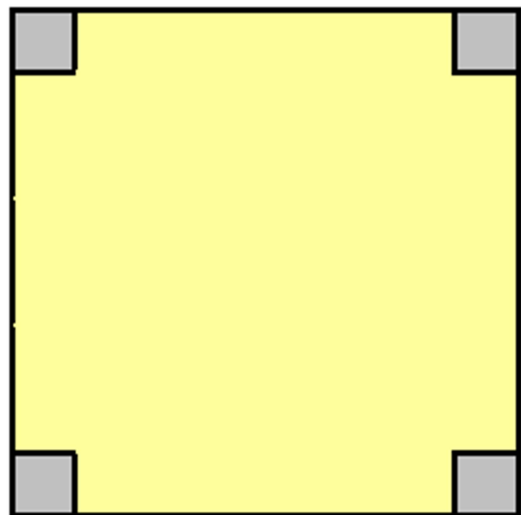
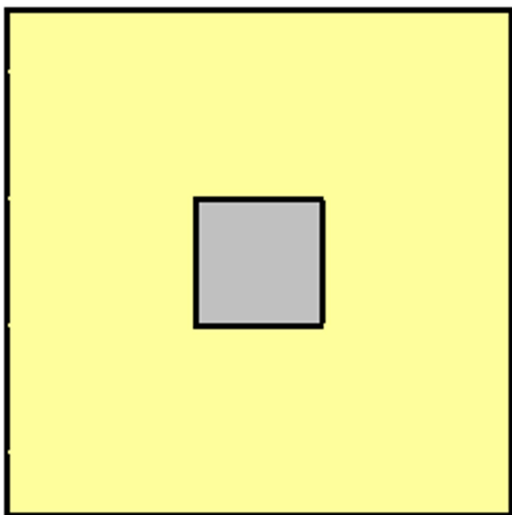
Divide los pentominós en tres grupos de cuatro piezas cada uno. Cada grupo de cuatro piezas se dividen en dos parejas de forma que con cada pareja pueda construirse la misma figura.

Por ejemplo, un grupo podría ser las cuatro piezas siguientes con las que se puede formar la pieza quinta utilizando las parejas.



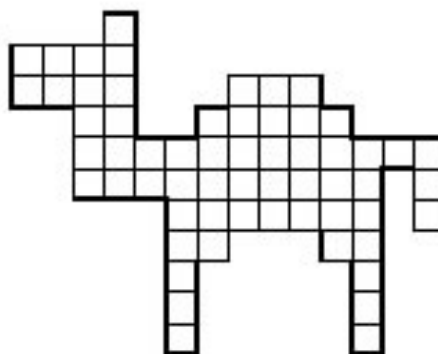
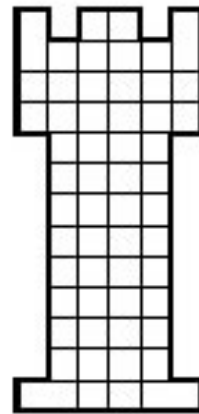
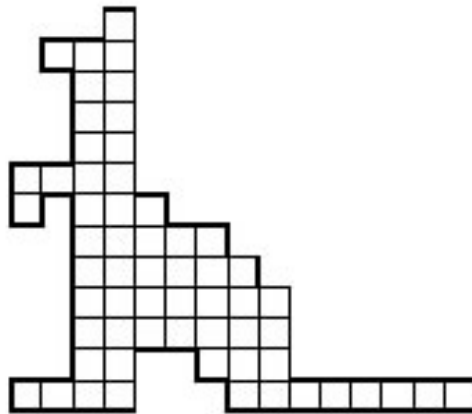
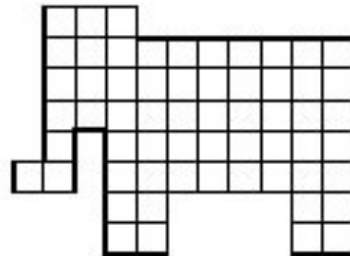
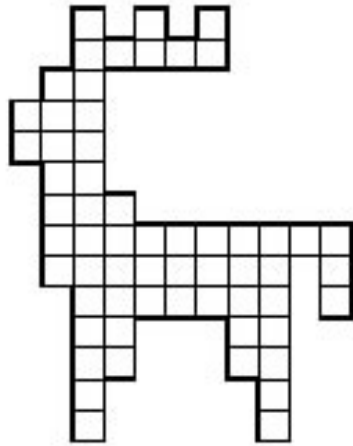
ACTIVIDAD 27.

Con los 12 pentominós y 4 cuadrados más podemos construir un cuadrado de 8 cuadros de lado. En los siguientes tableros nosotros hemos colocado los cuatro cuadrados y tú tienes que colocar los 12 pentominós.



ACTIVIDAD 28.

Con los 12 pentominos construir las siguientes figuras:

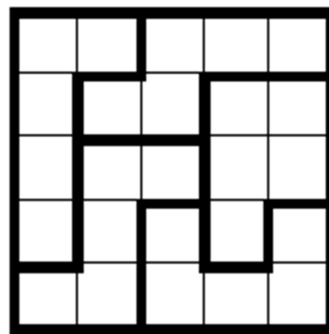
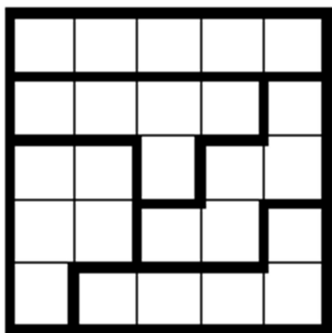


8. Juegos

ACTIVIDAD 29.

SUDOKU DEL PENTOMINÓ

En los siguientes cuadrados debes rellenar las casillas de forma que cada fila, cada columna y cada una de las cinco piezas del pentominó que lo forman tengan los números del 1 al 5 sin que ninguno se repita.



ACTIVIDAD 30.

EL JUEGO DE LAS VOCALES

En el siguiente tablero se han distribuido 25 vocales. Recúbrelo con cinco pentominós diferentes de manera que cada uno de ellos cubra las cinco vocales (A, E, I, O, U).

E	A	I	O	I
U	E	U	E	O
O	I	A	O	A
I	U	E	A	I
A	O	U	E	U

ACTIVIDAD 31.

EL JUEGO DE GOLOMB

Es un juego para dos personas en el que solo se requieren los doce pentominós y un tablero de ajedrez.

Al comenzar el primer jugador elige una ficha y la coloca sobre el tablero cubriendo por completo cinco casillas. Luego su oponente elige un nuevo pentominó y lo coloca sobre el tablero sin superponerlo con el anterior. El juego prosigue del mismo modo, por turnos, hasta que ya no sea posible colocar ni un pentominó más porque los espacios libres del tablero no lo permiten. Llegado este momento gana el último jugador que colocó correctamente un pentominó.

Variante 1 (pentominós preseleccionados)

Cada jugador escoge alternativamente un pentominó hasta agotar los 12, momento en el cual ya se puede empezar a jugar colocándolos sobre el tablero. El último en escoger es el que comienza a mover.

Variante 2 (pentominós dobles)

Cada jugador dispone de un conjunto completo de doce pentominós que irá poniendo en juego a su elección; el resto del juego se desarrolla igual.

Esta variante se puede presentar para 3 ó 4 jugadores y en tableros de 10x10 ó 12x12.

ACTIVIDAD 32.

EL JUEGO DE PONIACHIK

Juego con pentominós para dos participantes. Se parte de una figura formada con los doce pentominós (p. ej. un rectángulo de 10x6, para luego ir probando con otros rectángulos o tableros asimétricos).

Por turnos cada jugador retira una pieza que necesariamente debe estar en contacto con otras dos. Pierde el jugador que en su turno no pueda retirar una ficha con las normas antes descritas.

Variante 1

Consiste en retirar las piezas si están en contacto con una (al menos) en vez de con dos pentominós.

Variante 2

Consiste en repartir los pentominós entre los jugadores previamente y colocarlos, por turnos, de modo que cada nuevo pentominó quede en contacto con al menos uno de los ya situados. Terminado esto el juego continúa como en su versión original.

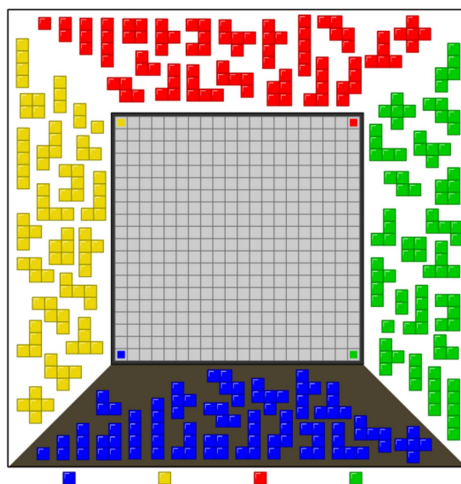
BLOKUS

Juego para dos, tres o cuatro jugadores.

Material necesario:

Un tablero de 20 x 20 casillas cuadradas.

Los jugadores reciben al inicio de la partida un mismo grupo de 21 piezas (el monominó, el dominó, los 2 triminós, los 5 tetraminós, y los 12 pentaminós) cada jugador con un color diferente (azul, rojo, amarillo y verde).



Reglas del juego:

- Comenzando desde una de las cuatro esquinas del tablero cada jugador, por turno, va colocando sus piezas en los espacios vacíos del tablero, con la única regla de que cada pieza que coloque debe tocar por alguna esquina a alguna de sus piezas ya colocadas, nunca de forma adyacente.
- La partida finaliza cuando un jugador consigue colocar todas sus piezas (lo que le da la victoria) o cuando ningún jugador puede colocar ninguna ficha más. En este último caso gana el jugador al que le queda menor número de cuadrados en sus piezas por colocar (lo que no significa necesariamente que sea el que tiene el menor número de piezas).

Investigación:

- Busca una estrategia ganadora.

Juego on-line:

<http://pentolla.com/>

<http://pentolla.com/play/>

<http://www.gottfriedville.net/blokus/play/applet.html>

<https://blokee.mattle.online/lobby/rooms>

<https://www.gameszap.com/game/10359/blokus-online.html>

<https://irori.github.io/blokus/>

KATAMINÓ

Juego para un jugador.

Material necesario:

Los 12 pentominós, un tablero de juego y un regleta para delimitar la superficie de juego en el tablero.



Reglas del juego:

- Un PENTA es un conjunto de varios pentominós que rellena perfectamente el rectángulo delimitado por la colocación de la regleta. PENTAS 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.
- El juego consiste en construir los 10 pentas que son superficies rectangulares de 5x3, 5x4, 5x5, 5x6, 5x7, 5x8, 5x9, 5x10, 5x11 y 5x12 casillas.

Juego on-line:

<https://codecanyon.net/item/katamino-html5-game-construct-3/46984724>

[Katamino \(HTML5 Game - Construct 3\) Preview - CodeCanyon](#)