

## MOEBIUS - ACTIVIDADES

### 1.- *Sobre la película*

- 1.- ¿Qué te ha parecido la película?
- 2.- ¿Qué aspectos relacionados con las matemáticas has encontrado?
- 3.- ¿Qué te ha llamado más la atención? ¿Cambiarías algo? ¿Por qué?
- 4.- El final de la película es un tanto "*extraño*" aunque su intención es claramente reivindicativa. Coméntalo brevemente.
- 5.- Expresa tu opinión sobre las siguientes frases que aparecen en la película: "*vivimos en un mundo donde nadie escucha*" y "*los hombres y los tiempos desaparecen sin dejar huella*". ¿Has encontrado algún otro comentario o cita te ha llamado la atención?

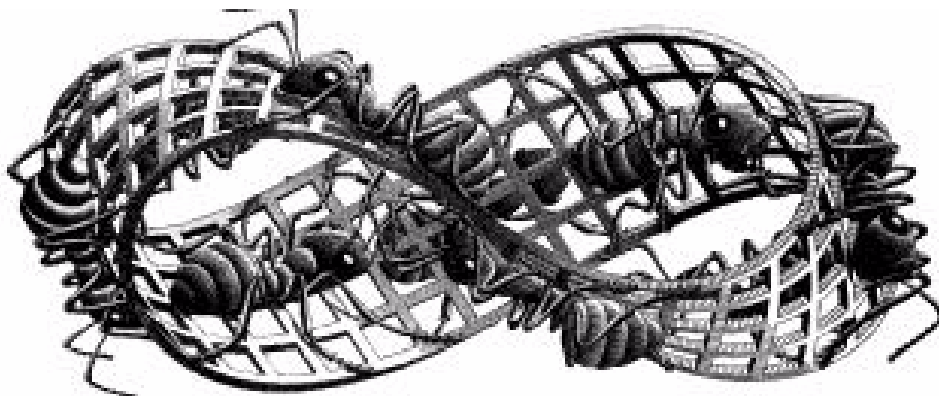
### 2.- *Referencias presentes en la película*

A lo largo de la película se hacen diferentes referencias a personas, acontecimientos o lugares reales. Trata de recopilar alguna información adicional acerca de los siguientes aspectos:

1.- El matemático y astrónomo alemán August Ferdinand Moëbius (1790-1860) y los orígenes de la topología.

2.- El artista gráfico Maurits Cornelius Escher (1898-1972). Algunos de sus grabados tienen a la banda de Moëbius como tema central. Por otro lado gran parte de su trabajo ha tenido como motivación las matemáticas o la física. Existe una amplia bibliografía en castellano sobre su vida y obra.

Particularmente interesante es el libro *El espejo mágico de M.C. Escher* de Bruno Ernst de la editorial Taschen. Si tienes acceso a Internet, puedes hacer una visita a un museo virtual sobre su obra en la dirección <http://www.artico.com/escher/>



3.- En una de las estaciones del Subte en la película aparece el nombre del escritor argentino Jorge Luís Borges. Y no es casualidad ya que gran parte del argumento de la misma tiene mucho que ver con este autor. Muchos de los relatos de Borges nos hablan de laberintos, del tiempo y del infinito. Localiza el libro *El libro de arena* y lee el cuento del mismo título (*tranquilidad y que no cunda el p nico: son sólo 6 páginas*). Analiza los aspectos matemáticos del mismo y trata de explicar su intención.

4.- Aún hoy muchas madres argentinas piden justicia para sus hijos desaparecidos durante la última dictadura militar que sufrió aquel país. Trata de conocer a grandes rasgos qué sucedió y cuál ha sido y es actualmente la actitud de los posteriores gobiernos del país.  Ves alguna relación con lo que sucede en la película?

### 3.- Actividad matemática.- Topología

La **topología** es una rama de la matemática moderna que estudia las propiedades que permanecen invariantes cuando a una estructura se la estira, retuerce o deforma, siempre que tal deformación sea continua, entendiéndose como tal, aquella que no permite desgarrar ni añadir trozos que no estuviesen presentes en la estructura inicialmente.

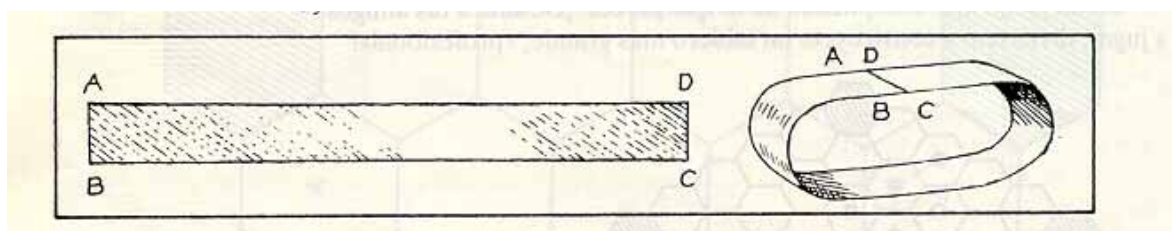
Estas ideas suelen explicarse pensando en figuras de goma o plastilina. Cuando mediante las reglas citadas es posible transformar un objeto en otro, se dice que ambos objetos son topologicamente equivalentes. De este modo, una esfera, un bal n de rugby o un cubo son estructuras topologicamente equivalentes.

Una de las propiedades topológicas de los objetos es la conexión. Una circunferencia divide al plano en dos regiones diferentes, una parte interior (el círculo) y otra exterior. Dos puntos cualesquiera de cada una de esas zonas pueden unirse entre sí, pero no podemos unir un punto de la parte interior y otro de la exterior sin cortar la circunferencia. Lo mismo ocurre con la esfera: una hormiga atrapada en su interior no puede salir de esa zona sin perforar la esfera.

Una hoja de papel tiene dos caras, y para pasar de una a otra hay que atravesar el borde (hacerle un agujero no est  permitido tal y como comentamos anteriormente).  Existir  un objeto que tenga una sola cara y un solo borde, de manera que una hormiga pudiera recorrer toda la superficie del objeto sin cruzar jams  por el borde? Tal objeto, muy sencillo de construir, es la base argumental de esta película, la **banda de Mo bius**.

#### Cuestiones

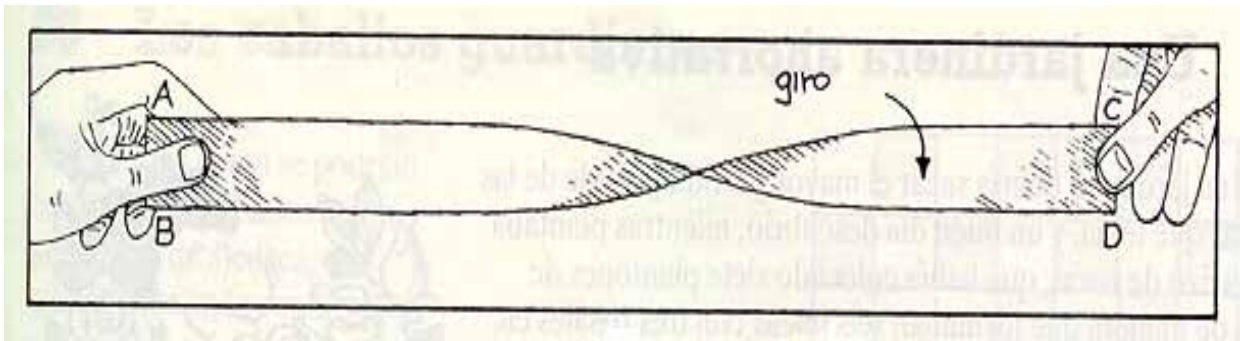
1.- Toma una tira rectangular de papel de unos 3 cm. de ancho y 20 cm. de largo. Dibuja una cruz en la cara superior de la tira y otra en la cara inferior. Pega con cinta adhesiva o pegamento los extremos de la banda de modo que coincidan el v rtice A con el D y el B con el C tal y como se indica en la siguiente figura:



¿Puedes unir las cruces marcadas sin pasar por el borde ni hacer un agujero en la banda? En consecuencia, ¿Cuántas caras tiene la superficie resultante?

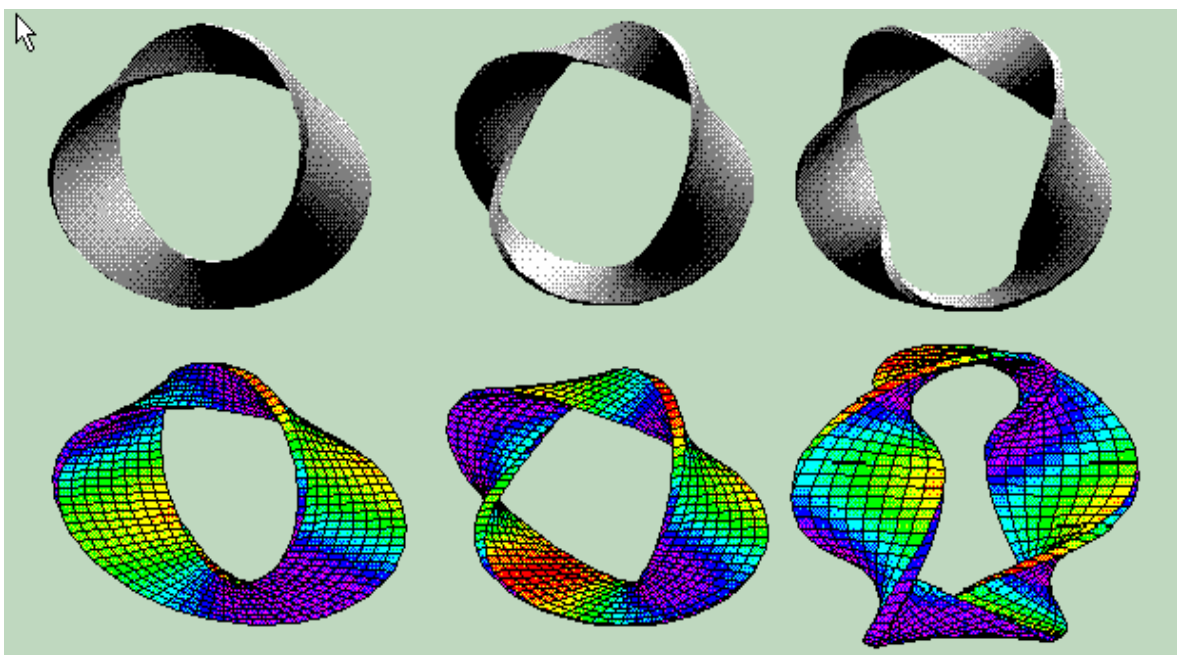
2.- Coge unas tijeras y corta longitudinalmente el anillo. ¿Qué se obtiene?

3.- Toma una nueva tira de papel exactamente igual a la descrita en la primera cuestión y dibuja como antes dos cruces por ambas caras. Gira ahora uno de los extremos  $180^\circ$  tal y como aparece en la figura, pegando a continuación los extremos de modo que coincidan los vértices A y C y B y D. El resultado es la banda de Moëbius.



¿Es ahora posible unir las dos cruces dibujadas mediante una línea que no cruce el borde? Si desde un punto cualquiera sobre la banda quisiéramos pintar de rojo la cara exterior, ¿qué superficie tendríamos que pintar? De las respuestas anteriores, deduce cuántas caras tiene la banda de Moëbius.

La banda de Moëbius es la superficie más simple que tiene una sola cara. Sus curiosas propiedades han originado bastantes aplicaciones. Los ingenieros suelen utilizarlas en las correas de transmisión de las máquinas, asegurándose así que el desgaste sea uniforme por toda la cinta. También se han diseñado cintas magnetofónicas cuya duración es el doble de la habitual y los ilusionistas han ideado numerosos trucos basados en esta superficie.



4.- Construye otras bandas de Moëbius, pero en lugar de realizar un único giro de  $180^\circ$ , haz dos, tres, cuatro, etc. ¿Cuántas caras tienen estas bandas? ¿Puedes deducir una regla general que indique el número de caras dependiendo del número de torsiones?

5.- Construye dos bandas de Moëbius de las dimensiones de la indicada en la primera cuestión. Corta longitudinalmente una de ellas justo a la mitad (es decir, a 1.5 cm. del borde) ¿qué obtienes? Corta la otra banda del mismo modo pero a  $1/3$  de su anchura (es decir, a 1 cm. del borde), ¿cuál es ahora el resultado?

6.- Repite la actividad quinta sobre bandas de Moëbius de dos, tres, cuatro, etc. torsiones e intenta obtener algún tipo de conclusión sobre lo que sucede.