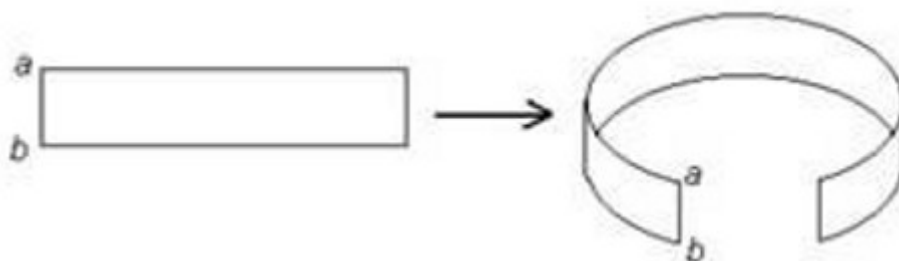


# JUGANDO CON UNA CINTA DE PAPEL

## Parte 1ª: Cinta corriente.

Toma una tira de papel y une mediante pegamento o cinta cello sus dos extremos. Obtendrás una banda o cinta corriente que podemos encontrar en muchas situaciones cotidianas: la cinta del pelo, una pulsera, una cadena de bicicleta, etc. Con esta cinta de papel vamos a realizar una serie de actividades. En todas aquellas actividades en las que tengas que cortar, expresa, antes de hacerlo, que piensas que vas a obtener tras aplicar la tijera.



### **Actividad 1:**

Toma un lápiz o bolígrafo y comienza a dibujar, a lo largo (de forma longitudinal), por el punto medio de la cinta hasta que llegues al punto donde has comenzado. Observarás que has dibujado la parte superior o inferior, pero la parte contraria queda en blanco. Esto es debido a que la cinta corriente tiene dos caras. Una exterior y otra interior.

### **Actividad 2:**

Coloca ahora tu dedo en una de las aristas de la cinta y recorre hasta que llegues al punto de partida. A partir de tu investigación responde razonadamente a la pregunta ¿Cuántas aristas tiene la cinta corriente?

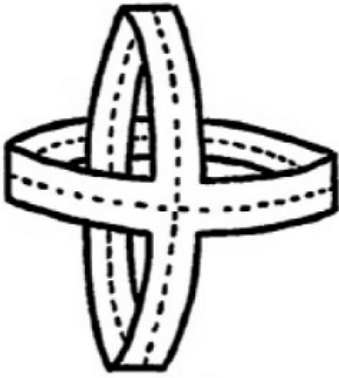
### **Actividad 3:**

Toma una tijera y corta a través de la línea central que has dibujado en la actividad anterior. ¿Qué es exactamente lo que obtienes?



### **Actividad 4:**

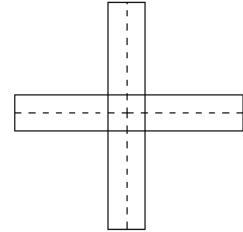
Si una cinta normal la cortas longitudinalmente pero en lugar de por el centro justo, a una tercera parte, aproximadamente. De distancia de una arista y dos terceras partes de la otra arista. ¿Qué obtendrás exactamente?



### Actividad 5:

Construye dos cintas normales y pégalas formando una cruz circular como la de la imagen. Si ahora cortas por la parte central de la pieza construida, ¿qué es lo que se obtiene?

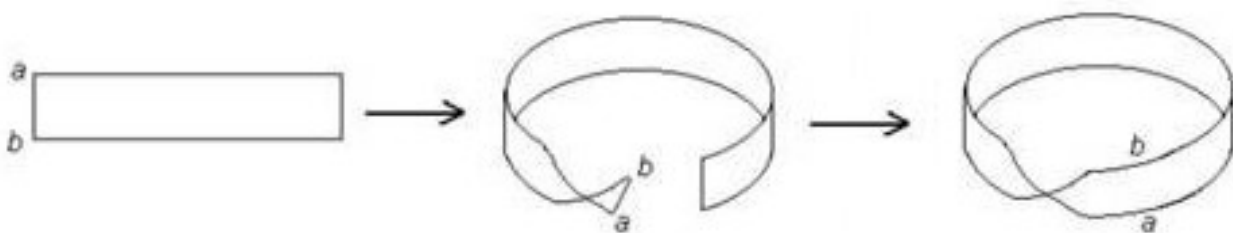
Para ayudarte puedes partir de una cruz de papel como la de la imagen y pegar los extremos de las tiras opuestas.



### Parte 2ª: Cinta de Moebius.

La Cinta de Moebius, o Möbius, es un objeto geométrico descubierto, de forma independiente, por los matemáticos August Ferdinand Möbius (1790 – 1868) y Johann Benedict Listing (1808 – 1882). Aunque pueda parecer un simple divertimento matemático tiene muchas aplicaciones en la industria y es muy utilizada en el diseño, en la escultura y en la pintura.

La Banda de Moebius se obtiene a partir de una tira de papel, igual que en el caso anterior, pero de forma que antes de pegar los dos extremos, a uno de ellos se le da media vuelta, obteniéndose una cinta con unas propiedades muy curiosas, tal como vamos a ver.



### Actividad 6:

Dibuja de nuevo, longitudinalmente, una línea por el centro de la tira hasta llegar al punto inicial. ¿Con qué te encuentras ahora? ¿Cuántas caras tiene la cinta de Moebius?

### Actividad 7:

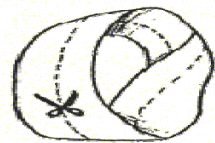
Si recorres con el dedo la arista de la cinta verás que recorres toda la cinta por completo, luego la cinta tiene una sola arista.

### IMPORTANTE:

***A partir de aquí, siempre que cortes una cinta y obtengas otra cinta, debes indicar si es una cinta normal o de Moebius y explica como lo has comprobado.***

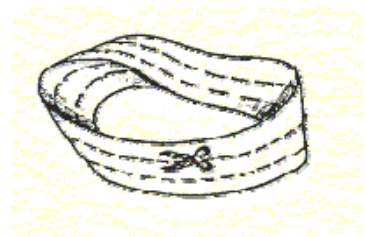
### Actividad 8:

Construye una Banda de Moebius. Córdala longitudinalmente por el centro de la cinta. ¿Qué obtienes?



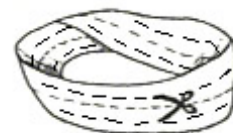
### Actividad 9:

Ahora divide la cinta de Moebius a lo largo en tres partes y corta por una de las divisiones hasta llegar al punto inicial. ¿Qué obtienes?



### Actividad 10:

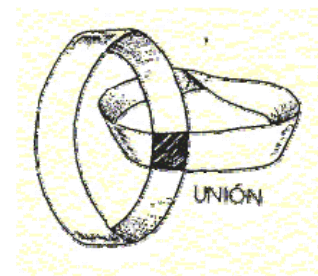
Hagamos una cinta de Moebius y dibujemos ahora tres líneas que dividan a la banda en cuatro partes iguales y cortemos por cada una de ellas. ¿Qué obtenemos en cada caso?



### Actividad 11:

Vamos a pegar perpendicularmente dos cintas como en la actividad 5. Pero ahora una será una cinta normal y la otra de Moebius.

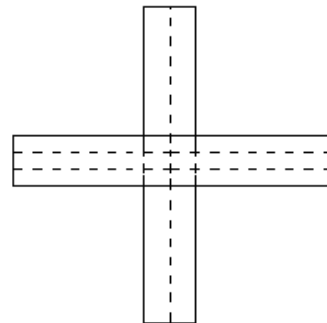
Si ahora cortamos la nueva construcción por su parte central. ¿Qué es lo que obtenemos?



### Actividad 12:

Usamos ahora la cruz que tiene un par de aspas divididas en tres partes. Unimos el par de aspas con una sola línea formando un cilindro y el par de aspas con dos líneas formando una banda de Moebius.

Cortamos por las líneas, empezando por la banda de Moebius. ¿Qué se obtiene?

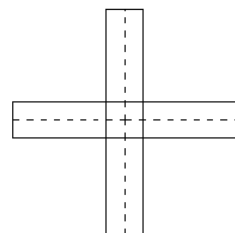


### Actividad 13:

Hacemos dos cintas de Moebius de manera que al unir los extremos de la cinta en una hacemos el giro a la izquierda y en la otra lo hacemos a la derecha. Podemos partir de la cruz ya usada antes.

Unimos las dos cintas perpendicularmente una con la otra.

Si las recortamos por la mitad se obtienen dos corazones entrelazados.



### Actividad 14:

¿Qué ocurriría en el caso anterior si las dos cintas de Moebius están giradas en el mismo sentido?

### Actividad 15:

Construye una banda girando uno de los extremos una vuelta completa, es decir, dando dos semigiros seguidos. ¿Qué obtienes? ¿Cuántos bordes y caras tiene la cinta? ¿Qué pasa cuando cortas por la mitad? ¿Y cuándo cortas a un tercio?

### Actividad 16:

Construye ahora una banda girando uno de los extremos una vuelta y media (tres semigiros seguidos). ¿Qué obtienes? ¿Cuántos bordes y caras obtienes? ¿Qué pasa cuando cortas por la mitad? ¿Y cuándo cortas a un tercio?

### Actividad 17:

Deduce de lo anterior qué características (número de caras y bordes) tendrá una banda con un número par de semigiros. Qué ocurrirá si se da un número impar de semigiros.