epsilon 73
2009

Problemas con arte

Antonio Fernández-Aliseda Redondo
I.E.S. El Majuelo. Gines [Sevilla]
Juan Antonio Hans Martín
C.C. Santa María de los Reyes, Torreblanca [Sevilla]
José Muñoz Santonja
Instituto de Educación a Distancia de Andalucía, IEDA [Sevilla]

INTRODUCCIÓN

Es innegable que el arte y las matemáticas están unidos desde los albores de la humanidad. Nadie puede creer que se pudiesen construir las pirámides de Egipto o el resto de las maravillas del mundo sin unos cálculos estrictos. Ya desde la época de los griegos, si no de antes, se buscaba la belleza en las construcciones artísticas utilizando conceptos matemáticos. La aparición del rectángulo áureo proviene de esa íntima relación. A lo largo de la historia, multitud de artistas han utilizado las matemáticas a la hora de hacer los estudios previos de sus obras. Personajes tan diferentes como Leonardo Da Vinci, Velázquez, Dalí, y muchos otros han dotado a sus obras de constantes referencias matemáticas. Basta disfrutar con la exposición existente en La Pedrera de Barcelona para descubrir las investigaciones sobre funciones y curvas que hacía Gaudí a la hora de diseñar sus cúpulas y resto de arquitecturas. Hoy en día, multitud de artistas, especialmente arquitectos o escultores, llenan nuestro entorno de todo tipo de poliedros, superficies regladas, desarrollos planos, etc.

El estudio de la relación entre las matemáticas y el arte no es algo actual, durante muchos años bastantes matemáticos se han dedicado a él apareciendo esplendidos tratados como los de Matila Ghyka, por poner un solo ejemplo. Recientemente, profesores con muchos más conocimientos que nosotros, nos han hecho disfrutar de esa relación a través de las páginas de la revista SUMA. Comenzó Capi Corrales enseñándonos a mirar los cuadros con ojos matemáticos y, después de ella, tomo el testigo Francisco Martín Casalderrey.

Nuestra intención en estas páginas es aprovechar que la revista Epsilon dedica un número a aspectos de arte, para proponer, de forma aleatoria y sin pretensión de un estudio exhaustivo o profundo, una serie de problemas que pudieran presentarse al alumnado a través de determinados cuadros o esculturas. No olvidemos que el utilizar el arte en clase tiene varias vertientes, una puede ser el presentar una serie de problemas desde una perspectiva lúdica, motivadora y más atractiva para nuestro alumnado, pero otra, fundamental en nuestros días, es aprovechar las matemáticas para desarrollar la competencia cultural y artística. Por eso vamos a explicar en cada caso algo sobre el autor y la obra que hemos elegido, antes de plantear una serie de actividades diversas.

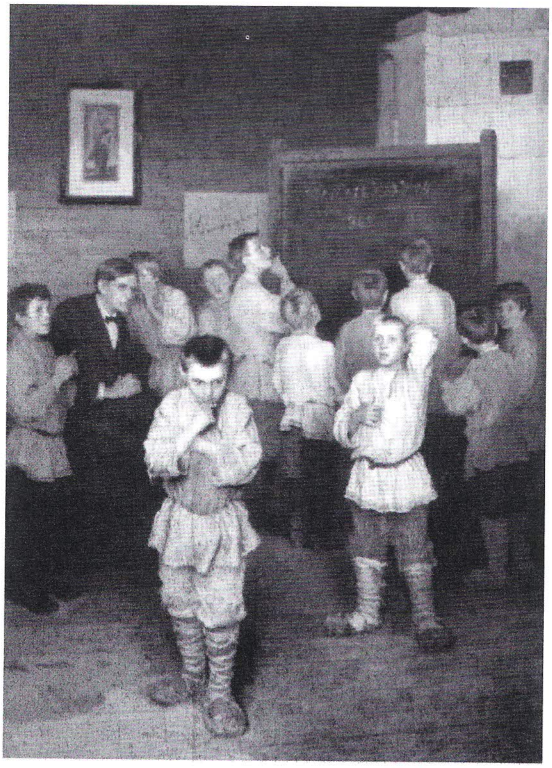
Págs. 81-92

CÁLCULO MENTAL

Autor: Nikolai Petrovich Bogdanov-Belsky (1868-1945), pintor ruso de retratos y paisajes impresionistas. Tenía especial predilección por la temática campesina, especialmente de la vida de los niños.

Obra: Cálculo mental, 1895

Galería Tretyakov. Moscú



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/BogdanovBelsky_UstnySchet.jpg

Muestra este cuadro una escena escolar de finales del siglo XIX en la Rusia rural. El maestro de escuela es el pedagogo Serguei Alexandrovich Rachinski (1833-1902) que abandonó su cátedra de Ciencias Naturales en la Universidad para ejercer de maestro con niños campesinos. La escuela es exclusivamente masculina, con chicos de distintas edades, y aunque el primer plano lo ocupa uno de los niños totalmente absorto en sus pensamientos, los dos focos del cuadro son el maestro, en actitud escuchante, y la pizarra, sobre un caballete, donde apenas visible la tiza aparece un ejercicio aritmético sobre el que los alumnos realizan sus cavilaciones puramente mentales sin presencia de ningún lápiz o papel:

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

Esta referencia aparece en el libro *Álgebra recreativa* de Yakov Perelman, matemático ruso (1882-1942). El problema no es fácil sin calculadora o sin realizar las operaciones, pues se necesita conocer una curiosa propiedad de los números 10, 11, 12, 13 y 14 que es:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2$$

Y, posteriormente, que $10^2 + 11^2 + 12^2 = 100 + 121 + 144 = 365$.

Por ello se tiene: $$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = 2$$

Actividad

Al hilo de la propiedad utilizada cabe la pregunta, ¿cuántas series de cinco números consecutivos existen en las que la suma de los cuadrados de los tres primeros sea igual a la suma de los cuadrados de los otros dos?

Solución

Si expresamos el primero de los números buscados con *x*, tendremos la siguiente ecuación de segundo grado: $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2 + (x + 4)^2$

Al desarrollar los paréntesis y reducir los términos semejantes, resultará: $x^2 - 8x - 20 = 0$, de soluciones $x_1 = 10$ y $x_2 = -2$.

Existen por consiguiente, dos series de números que tienen la propiedad exigida: la serie de Rachinski: 10, 11, 12, 13, 14 y la serie: -2, -1, 0, 1, 2.

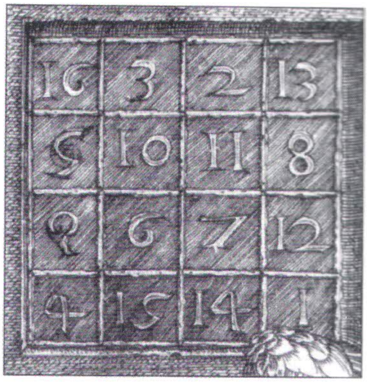
CUADRADOS MÁGICOS

Autor: Alberto Durero (Nuremberg, 1471-1528), es el artista más famoso del renacimiento alemán, destaca por sus pinturas, dibujos, grabados y escritos teóricos sobre arte, que ejercieron una profunda influencia en los artistas del siglo XVI. Durero hacía hincapié en que la geometría y las medidas eran la clave para el entendimiento del arte renacentista italiano y, a través de él, del arte clásico.

Obra: Melancolía I. Grabado. 1514

Biblioteca Nacional de Francia. Paris.

http://lacomunidad.elpais.com/blogfiles/exlibris/durero-melancolia-big.jpg



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

http://larssecreta.com/?p=174

En su obra «Melancolía», Alberto Durero presenta un cuadrado mágico aritmético de orden cuatro, que está considerado el primero de las artes europeas. *En distintas combinaciones regulares de cuatro números de la tabla (filas, columnas y diagonales) siempre suman la constante mágica del cuadrado (34). Y además* las dos cifras centrales de la última fila forman 1514, el año de ejecución de la obra.

Tradicionalmente se les imponía a los cuadrados mágicos aritméticos una condición extra, los números debían ser consecutivos e iniciarse en el uno. Estas combinaciones reciben el nombre de cuadrados mágicos aritméticos esotéricos, y se les atribuían propiedades mágicas. Como curiosidad diremos que en el Renacimiento, los médicos y astrólogos de la época recetaban cuadrados mágicos de cuarto orden con fines terapéuticos, como una forma de que los pacientes ahuyentaran la melancolía y el aburrimiento. Nosotros nos preguntamos: ¿qué hacia el enfermo con el cuadrado mágico?

Actividades

Encontrar en el cuadrado de Durero disposiciones de cuatro cifras (distintas de las filas, columnas y diagonales) que sumen 34.

Buscar otras disposiciones de los números del 1 al 16 que formen un cuadrado mágico.

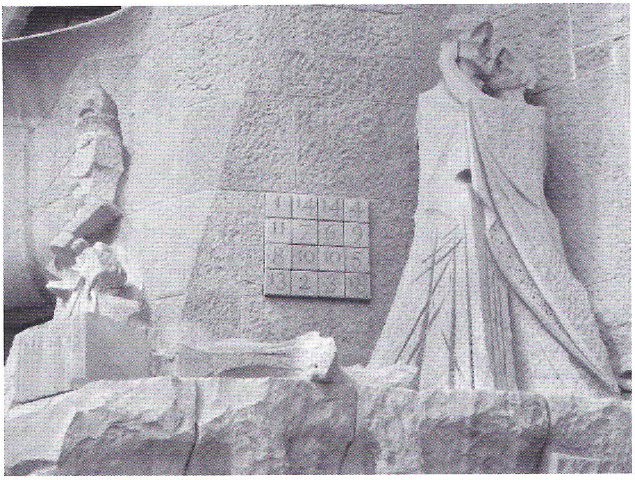
Soluciones

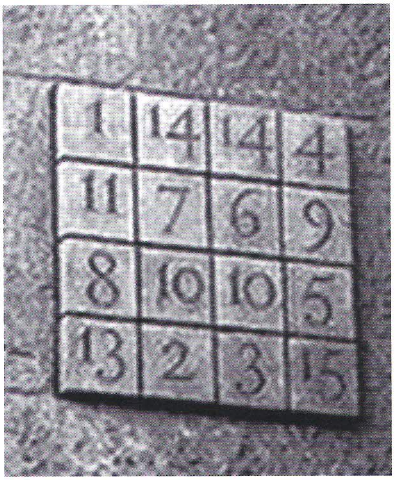
Las cuatros esquinas suman 34, los cuatro número centrales suman 34, los cuatro números centrales de las filas superior e inferior suman 34 al igual que los cuatro números centrales de las columnas de la izquierda y derecha. Si dividimos el cuadrado por la mitad horizontal y por la mitad vertical en cuatro cuadrados tenemos que los números que integran cada uno de ellos suman 34.

Para los cuadrados mágicos de orden 4 el matemático francés Frenicle De Bessy, experto en teoría de números y combinatoria, estableció en 1693 que existen 880 distintos.

Autor: Antonio Gaudí (1852-1926), arquitecto español.

Obra: Templo de la Sagrada Familia, Barcelona.





En la fachada de la Pasión de Cristo en el Templo de la Sagrada Familia, diseñada por el escultor Josep María Subirachs, se encuentra junto al grupo escultórico «El beso de Judas» un cuadrado mágico de orden cuatro.

La constante mágica de este cuadrado es 33, la edad de Jesucristo. Para obtener esa constante (ya que la constante del cuadrado esotérico de orden cuatro es treinta y cuatro) tiene modificado dos de los números de la serie natural del 1 al 16. En lugar del 12 y el 16 se repiten el 10 y 14, de esta manera se disminuye la constante de 34 a 33.

A pesar de que no es *cuadrado mágico aritmético esotérico*, sino un aritmético cualquiera, lo interesante es que al igual que en el cuadrado de Durero aparecen muchas combinaciones de cuatro números cuya suma da la constante mágica.

Actividad

Encontrar en el cuadrado de la Sagrada Familia disposiciones de cuatro cifras (distintas de las filas, columnas y diagonales) que sumen 33.

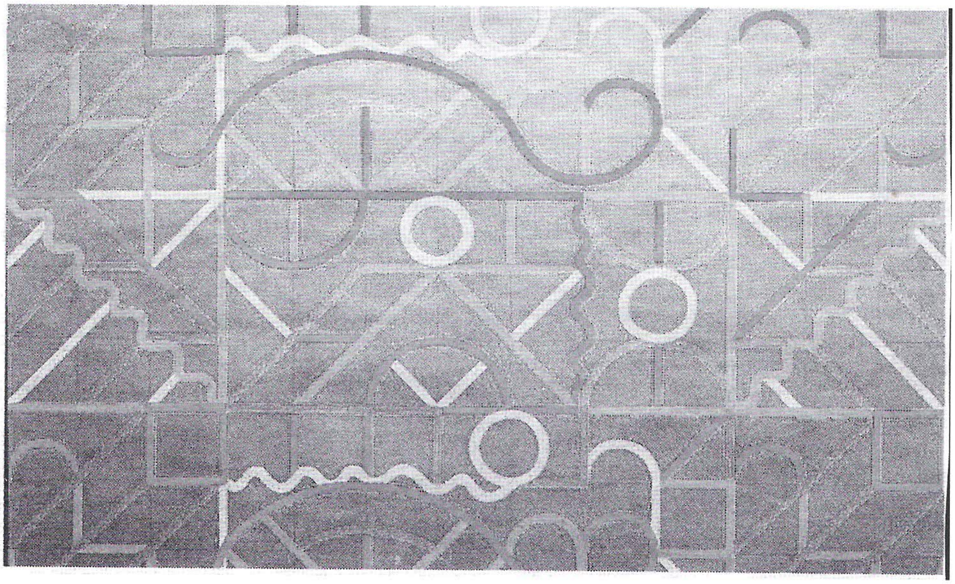
Solución

Algunas distribuciones son las siguientes: 1, 14, 11, 7 (cuadrado 2x2 superior izquierdo); 8, 10, 13, 2 (cuadrado 2x2 inferior izquierdo); 7, 6, 10, 10 (cuadrado 2x2 central); 14, 11, 6, 2 (una cruz); 14, 7, 9, 3 (cruz); 14, 6, 10, 3 (culebrilla); 11, 8, 9, 5 (cifras centrales de la columna de la izquierda y de la derecha) ó 14, 14, 2, 3 (cifras centrales de la fila superior y de la inferior)...

FORMAS GEOMÉTRICAS

Autor: José María Bermejo, (Olivares (Sevilla), 1952). Elementos muy simples como la línea recta, la curva y el arco y de diferentes tamaños construyen su universo pictórico. Imprimiéndole principios minimalistas va jugando con los distintos elementos modelando el espacio de la obra a su antojo. «Por eso insisto en que es una pintura infinita, porque se pueden crear formas inagotables».

Obra: Sin título



Actividad

Localizar elementos relacionados con la circunferencia como: circunferencia, semicircunferencia, arco, radio, diámetro, sector circular, tangente a la circunferencia.

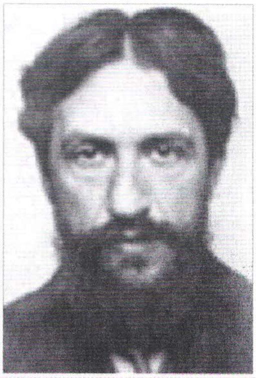
Todos los ángulos que aparecen en los trazos rectos son múltiplos de 45°. Encuentra todos los ángulos de diferente amplitud que haya. Encuentra pares de ángulos complementarios y suplementarios.

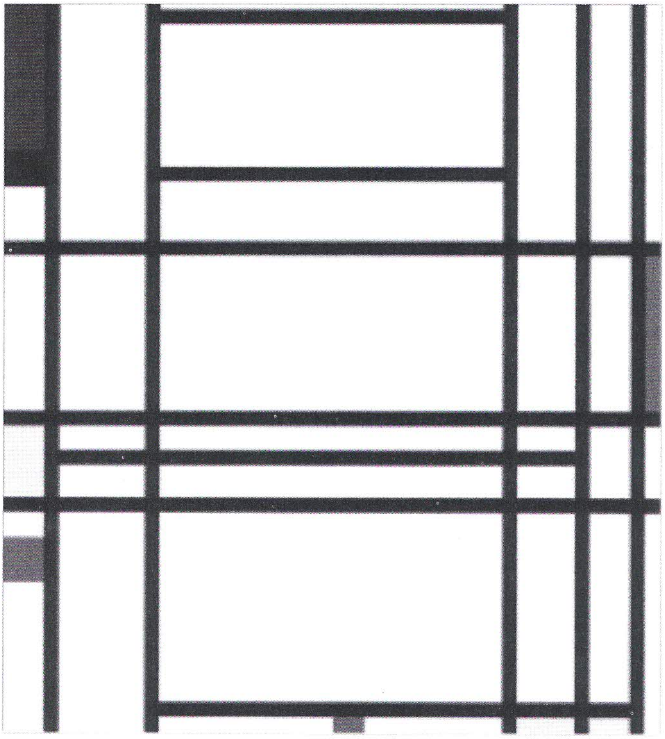
¿Qué figuras geométricas puedes reconocer en el dibujo?

CONTANDO RECTÁNGULOS

Autor: Piet Mondrian (1872-1944), pintor holandés. En la estética de simplificación formal de Mondrian prima la ortogonalidad que enmarca rectángulos y el uso exclusivo de colores primarios: rojo, amarillo y azul. Eliminando las texturas, las curvas y todo lo formal expresaba su idea de que el arte no debe ser figurativo, no tiene como razón de ser reproducir objetos reales, sino que ha de buscar la estructura básica del universo.

Obra: *Composición 10*





Actividad:

¿Cuántos rectángulos hay en la figura?