

¡Que lento pasa el tiempo con el álgebra!

José Muñoz Santonja

IES Macarena [Sevilla]

Juan Antonio Hans Martín

C.C. Santa María de los Reyes [Sevilla]

Antonio Fernández-Aliseda Redondo

CEP Castilleja de la Cuesta [Sevilla]

INTRODUCCIÓN

Aunque la asignatura de matemáticas no tiene porqué ser la que peores resultados académicos obtenga en los centros no universitarios, es indiscutible que, a nivel social, es la que tiene peor consideración en cuanto a dificultad, abstracción, inaplicabilidad, etc. Y dentro de la asignatura en sí, el bloque más denostado por todos aquellos que están, teóricamente, alejados del mundo matemático es sin duda el Álgebra.

Es posible ver, en encuestas realizadas a pie de calle sobre la utilidad de las matemáticas, personas que expresan sus dudas de que las ecuaciones sirvan para algo en la vida normal. Esto es debido a la confusión que se suele tener en relación con las matemáticas. Igual que cuando se habla de su utilidad siempre se insiste que lo que más se utiliza son los números y las operaciones básicas, a pesar de que vivimos rodeados de geometría y que el azar, las representaciones gráficas y el manejo de tablas estén cada vez más presentes en nuestras vidas, al pensar en el Álgebra sólo pensamos en las ecuaciones y no por ejemplo en la simbolización cada vez más frecuentes en nuestro entorno cotidiano o en los procesos de resolución aplicables a multitud de situaciones.

Hoy queremos ver que el Álgebra también puede afrontarse desde una vertiente lúdica, que, aunque pueda parecer herejía, también puede formar parte de las matemáticas recreativas. Y vamos a hacerlo dedicando una entrega de esta sección de problemas comentados a los pasatiempos de la prensa en los que creemos que se pueden poner en acción los recursos y situaciones algebraicas.

Aunque no vamos a tomar directamente referencias de él, en todo momento utilizaremos como biblia de referencia el libro de nuestra amiga Ana García Azcarate que lleva por título "Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas. Números y Álgebra", editado por la propia autora y donde hay un estudio más sistemático, separando según los números que aparecen o el grado de dificultad que tengan en su resolución. Lo aconsejamos, para todo aquel que no lo conozca, por su innegable interés.

PASATIEMPOS ALGEBRAICOS

Antes de empezar a lanzar propuestas de pasatiempos hay algo que deberíamos aclarar. Siempre que se habla de Álgebra pensamos en una Enseñanza Secundaria Obligatoria donde comienzan a verse (en opinión de algunos, prematuramente) aspectos más abstractos de las

matemáticas. Sin embargo el Álgebra también puede aparecer en algún sentido en Primaria. En algunas pruebas internacionales que evalúan las competencias de los alumnos aparecen ítems considerados como algebraicos. Por ejemplo en las pruebas TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) que se realizan en los niveles de 4º y 8º básicos (los equivalentes a 4º de Primaria y 2º de ESO de nuestras pruebas de diagnóstico), se plantea un dominio de contenido de Álgebra tanto para 4º como para 8º, aunque en 4º lo identifica como Patrones, Relaciones y Funciones.

Así considera que de este bloque puede formar parte la siguiente prueba:

Antonio leyó las primeras 78 páginas de un libro de 130 páginas. ¿Qué operación aritmética debe usar Antonio para saber el número de páginas que le faltan para leer?

A) $130 + 78 = Q$

B) $Q - 78 = 130$

C) $130 : 78 = Q$

D) $130 - 78 = Q$

Teniendo esto en cuenta, veremos que los pasatiempos algebraicos pueden utilizarse tanto en Secundaria como en Primaria, aunque en este último caso no vamos a utilizar simbología algebraica o a construir ecuaciones ni ver métodos de resolución de éstas. Por eso podemos considerar como pasatiempo algebraico todo aquel en el que hay que descubrir algún dato conociendo otros.

Este sería el caso del pasatiempo siguiente, tomado de un número especial de la revista *Minnie* de Otoño de 2000, donde se recogían una lista de pasatiempos que habían estado saliendo en el suplemento infantil de los domingos de *El País*. De esa revista vamos a tomar varios ejemplos.

A partir de ahora vamos a intercalar en cada bloque pasatiempos que pueden utilizarse bien en Primaria o en el primer ciclo de Secundaria como repaso o apoyo, o bien en cursos superiores.

Y ya que hemos comenzado con un criptograma, vamos a ver una serie de ellos de distintos niveles de dificultad. Aunque es un concepto más extenso, entenderemos como criptograma una operación matemática en la que todos o parte de los números se han sustituido por letras, símbolos o figuras y es necesario asignarle un valor numérico a esos elementos de forma que la operación resulte correcta.

6 Su justo valor

Asigna a cada personaje el valor que le corresponda para que la siguiente suma sea correcta:

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 15 \\ \hline 5985 \end{array}$$

CALCULO CABALISTICO

$$\begin{array}{r} A B 8 B A \\ + 3 C C B \\ \hline A C 8 B 2 \end{array}$$

Sustituya las letras por números de tal manera que la operación sea correcta. Letras iguales, números iguales.

Hay un bloque llamado Cálculo Cabalístico como el que presentamos del desaparecido *Diario 16*. Lo primero que hay que enseñar a los alumnos es que este tipo de problemas no se afronta probando sin pensar, es decir, hay que buscar alguna estrategia para simplificar las posibilidades. Veamos el proceso con este ejemplo. En la columna del medio tenemos que la suma de $8 + C$ debe tener de nuevo 8 como cifra de las unidades. Tenemos dos posibilidades, $C = 0$ ó bien $C = 9$ y se ha añadido una unidad de la suma parcial anterior. Si C fuese 0, la segunda columna de la izquierda daría $B + 3 = 10$ y tendría que pasar una unidad a la siguiente posición, por lo que no podría quedar de nuevo A.

Luego $C = 9$. Y por tanto B debe valer 5 para obtener 9 sumando $5 + 3$ más una unidad que proviene de la suma parcial anterior. Y de la última columna, si $B = 5$ entonces A debe valer 7 .

Este tipo de problemas es muy corriente en las matemáticas recreativas. Es muy conocido el del chaval que va de viaje de estudios a Inglaterra y como se queda sin dinero le envía el mensaje a su padre, matemático por supuesto, $SEND + MORE = MONEY$. En esta línea van los siguientes.

| | | | |
|--|---|---|---|
| $\begin{array}{r} \text{DIEZ} \\ + \text{DOS} \\ \hline \text{DOCE} \end{array}$ | <p>LOCA POR TI AMOR</p> <p>El Sol 08-07-90.</p> | $\begin{array}{r} \text{AMOR} \\ \text{CON} \\ \text{AMOR} \\ + \text{SE} \\ \hline \text{PAGA} \end{array}$ <p>ABC 14-02-99.</p> | $\begin{array}{r} \text{CERO} \\ \text{CERO} \\ \text{CERO} \\ + \text{CERO} \\ \hline \text{NADA} \end{array}$ <p>El Mundo 11-01-02.</p> |
|--|---|---|---|

Como ya hemos comentado, también podemos encontrar este tipo de pasatiempo en suplementos infantiles de periódicos o revistas, como en los ejemplos que siguen.

| | | |
|--|--|---|
| <p>¿Qué cifra corresponde a cada animal?</p> <p>Suma marina</p> <p>ABC 25-08-96.</p> | <p>CAMBIO</p> $\begin{array}{r} \text{UNO} \\ + \text{UNO} \\ \hline \text{DOS} \end{array}$ <p>SUSTITUYE LAS LETRAS POR LOS NÚMEROS DE LA PERSONA Y PROCURAR QUE LA OPERACIÓN RESULTANTE SEA CORRECTA.</p> <p>El País.</p> | <p>Sustituye cada figura por un número para que la suma sea correcta.</p> <p>El Mundo 08-11-02.</p> |
|--|--|---|

Como hemos visto en un ejemplo anterior, de sumar cuatro veces CERO se obtiene NADA. El sumar varias veces el mismo número equivale a multiplicar, por lo que veremos a continuación que los cálculos de criptogramas se pueden complicar más allá de una simple suma.

CALCULO CABALISTICO

$$\begin{array}{r} A B A B A \\ \times C \\ \hline 4 C A C A C \end{array}$$

Sustituya las letras por números de tal manera que la operación sea correcta. Letras iguales, números iguales.

Diario 16.

CALCULO CABALISTICO

$$\begin{array}{r} 8 A B C D F \\ - C 9 2 8 A D \\ \hline 2 F 1 A F B \end{array}$$

Sustituya las letras por números, de tal manera que la operación sea correcta. Letras iguales, números iguales.

Diario 16.

EL CASINO Tacconi

Para averiguar la cuenta exacta transforme estas figuras en el número que le corresponde.

El Mundo.

A veces tenemos una serie de símbolos mezclados en distintas operaciones, como hemos visto en el anterior de *El Mundo*. Veamos algún ejemplo más.

















¿Qué números son?

El lápiz, el bolígrafo y el pincel sustituyen cada uno un número. Haz las sumas y restas indicadas y averiguarás qué vale cada uno.



Revista Disney.

¿ SU PRECIO ?










 +
  +
  +
  = \$122
 +
  +
  +
  = \$106
 +
  +
  +
  = \$143
 +
  +
  +
  = \$124

Descubre lo que cuesta cada objeto

Canarias 7, 08-09-02.

NUMEROS ROMBOS













He aquí seis operaciones aritméticas —tres horizontales y tres verticales— enlazadas entre sí y en las que los números han sido sustituidos por rombos. Por supuesto, a cada rombo igual corresponde un mismo dígito. Se trata de descubrir la equivalencia numérica de las operaciones.

 +
  =
 
 ×
  =
 
 -
  =
 

(Cada semana varía el valor de los rombos.)

El País.

BANDERAS MATEMÁTICAS

 +
  +
  = 350
 +
  +
  = 500
 +
  +
  = 500
 +
  +
  = 450

Cada una de las distintas banderas tiene un valor en puntos. ¿Es usted capaz de averiguar el mismo observando atentamente las igualdades planteadas?

Diario 16, 16-08-87.

La diagonal JURJO

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|------|
| 4 | a | o | u | o | = 15 |
| u | 6 | i | a | u | = 15 |
| a | a | 3 | a | a | = 15 |
| E | o | a | 0 | i | = 15 |
| o | a | e | o | 2 | = 15 |

Sabiendo que todas las filas suman igual, averigüe el valor de cada vocal y sabrá cómo se expresa la diagonal en letras.

El País 26-08-00.

Al final el criptograma comienza a complicarse y nos encontramos con varias operaciones donde entran los elementos a los que hay que asignarles valor. En resumen terminamos encontrándonos con un sistema de ecuaciones como podemos ver en el pasatiempo *Trauma* que fue muy común en *Diario 16* durante una determinada época.

Si pensamos en sistemas de ecuaciones, la forma más lúdica de presentarlos es mediante las balanzas donde por supuesto no se aplican los métodos de sustitución, igualación o reducción para resolverlos, sino que se utilizan métodos más usuales en la vida cotidiana, como el traspasar de un lado a otro, completar valores y sustituir cosas conocidas. A continuación tenemos algunos ejemplos de los muchos que se pueden encontrar.

PESADAS



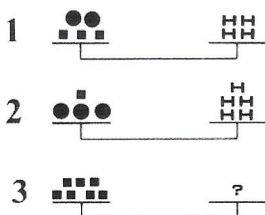
UN CUBO AZUL PESA LO MISMO QUE TRES ROJOS Y TRES AMARILLOS.

DOS CUBOS AZULES Y TRES ROJOS PESAN LO MISMO QUE 12 CUBOS AMARILLOS.

¿CUANTOS CUBOS AMARILLOS PESAN LO MISMO QUE UN CUBO AZUL?

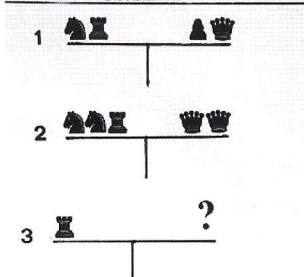
El País 16-12-07.

NIVELELA

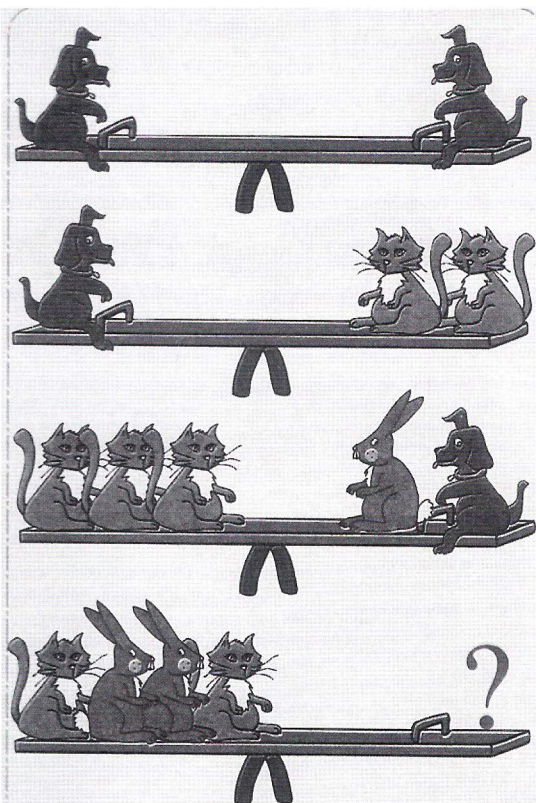


Diario 16.

NIVELELA



Diario 16.



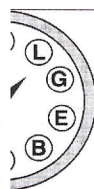
SUBE Y BAJA

¿Sabrías equilibrar el último sube y baja?

ABC 27-02-94.

A veces las letras o símbolos están colocados en una caja de doble entrada como la que aparece en el pasatiempo aparecido en el periódico *El Mundo* el 16-02-01.

Para resolverlo tenemos que ir comparando filas y columnas y relacionar las sumas que se van obteniendo. Por ejemplo si comparamos la 1ª y 5ª filas vemos que la diferencia está en una sola letra, por lo que llegamos a que $T = R + 4$; comparando ahora las filas 3ª y 4ª llegamos a que $2 \cdot A = 2 \cdot R + 10$, de donde tenemos la relación $A = R + 5$.



| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| T | O | M | A | R | 33 |
| T | M | R | T | T | 33 |
| O | M | R | R | R | 24 |
| O | A | A | R | M | 34 |
| M | A | O | T | T | 37 |
| 35 | 35 | 29 | 33 | 29 | |

A cada letra se le ha otorgado un valor distinto entre uno y nueve. Averigua su valor para que se cumplan las sumas que aparecen al lado de la cuadrícula.

A partir de las igualdades siguientes y utilizando la cuarta columna llegamos a que $R = 4$ por lo que $T = 8$ y $A = 9$. En la última columna sustituimos estos valores y obtenemos que $M = 5$. De la primera columna sale que $O = 7$.

Por supuesto el proceso podría ser diferente, podríamos haber empezado comparando la primera fila y última columna y nos habría salido A en función de O , o bien cualquier otro paso parecido.

Dentro de este bloque de problemas podemos encontrar a los clásicos *Sumafrutas* de *El País* o bien otras variaciones posibles, en las que a veces se utilizan letras y se apoya con alguna ayuda, como vemos en los siguientes.

Las letras de la P a Z representan los números del 1 al 26, aunque no necesariamente en dicho orden. Busa el número que representa la suma de cada columna (siempre será un número condicional). Indica el número de la letra que aparece al final de los nombres. Para convencer del carácter condicional de los valores, reflexiona sobre el siguiente:

S V Q U Z = 29
X O X R T = 20
Q Y R S V = 28
P T Y R R = 17
U R X Z P = 23
28 20 23 30 (e = 11)
Letras clave Z = 1; Y = 3

JAÉN 27-07-00.

SUMAFRUTAS
CAMBIA LAS FRUTAS POR LOS NÚMEROS A LOS QUE SUSTITUYEN Y DEDUCE EL VALOR DE LA SUMA QUE FALTA.

$\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} = 20$
 $\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Banana} + \text{Banana} = 18$
 $\text{Banana} + \text{Apple} + \text{Banana} + \text{Apple} = 14$
 $\text{Banana} + \text{Banana} + \text{Apple} = 12$
 $\square + 15 = 14$ $\square + 18 = 12$

El País 30-01-05.

SUMAFRUTAS JURJO

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|----|
| | | | | | | 23 |
| | | | | | | 6 |
| | | | | | | 18 |
| | | | | | | 20 |
| | | | | | | 26 |
| | | | | | | 32 |
| | | | | | | 23 |
| | | | | | | 33 |

33 46 29 32 29 12

Cada fruta representa una cifra. Los números son el resultado de la suma de cada fila y cada columna. ¿Cuánto vale cada fruta?

El País 21-08-05.

SUMA DE LETRAS

Reemplaza cada letra por una cifra entre CERO y NUEVE. En horizontal o vertical, sólo son SUMAS. (Lógicamente, a igual letra, igual número.)

$\square = 20$ $\square = 16$
 $14 = \text{E U Z Q}$
 $\text{Q D N E} = 15$
 $26 = \text{G E U G}$
 $\text{Z N D W} = 17$
 $\square = 13$ $\square = 21$

Diario 16.

10. Suma numérica
Cada símbolo se corresponde con un número distinto. Cambiándolos podrás obtener las sumas totales de cada fila, cada columna y la diagonal.

$\square = 19$ $\square = 20$ $\square = 26$ $\square = 13$
 $\square = 15$
 21 20 19 14 19 18

Revista CNR.

En la misma línea nos podemos encontrar con operaciones diversas en cada línea, son los clásicos cuadrados de operaciones, en donde tenemos los huecos y debemos rellenarlos con números, como podemos ver en el pasatiempo adjunto sacado de la revista *Minnie* de Otoño de 2000.

Vamos a hacer un paréntesis para insistir en algo que hemos dicho otras veces pero que creemos que es fundamental. Mucho cuidado con los pasatiempos, ya que con demasiada frecuencia sus creadores parten de la solución y muchas veces no son conscientes de la dificultad que entraña el resolverlos. Tenemos pasatiempos aparecidos en suplementos infantiles que no hay forma de resolverlos tal y como están planteados.

Cálculo matemático
Pipito quiere demostrar a Pepito Grillo que está siendo un alumno aplicado en la escuela. Para ello, tiene que completar estos cálculos y hacer que las igualdades se cumplan, pero como las matemáticas no son su fuerte, necesita que le echos una mano.

| | | | |
|----|---|---|---|
| 2 | x | - | 7 |
| + | x | + | + |
| x | + | + | + |
| x | + | - | + |
| x | + | + | + |
| -5 | + | + | + |

Otro aspecto a tener en cuenta es que puede haber soluciones diferentes a las que ofrece la revista, por ello aconsejamos que siempre que se vaya a utilizar un pasatiempo en clase se trabaje primero por parte del profesor, para valorar su dificultad en relación al nivel de sus alumnos, para cuantificar el tiempo que puede dedicarse y para tener la posibilidad de sugerir caminos de ayuda o proponer variantes sobre la misma idea.

Veamos ahora algunos pasatiempos del estilo al anterior.

NUMEROGRAMA

$$\begin{array}{r} \square - \square + \square = 4 \\ \square + \square - \square = 2 \\ \square + \square - \square = 3 \\ \underline{\quad} = 6 \quad \underline{\quad} = 2 \quad \underline{\quad} = 1 \end{array}$$



COLOCA LOS NÚMEROS DEL UNO AL NUEVE, SIN REPETIR NINGUNO, PROCURANDO QUE SE CUMPLAN LAS OPERACIONES.

El País 27-03-05.

NUMEROGRAMA

| | |
|--|--|
| $\bigcirc + \bigcirc \times \bigcirc \rightarrow 63$ | $\bigcirc \times \bigcirc : \bigcirc \rightarrow 1$ |
| $- \quad : \quad +$ | $+ \quad + \quad +$ |
| $\bigcirc \times \bigcirc - \bigcirc \rightarrow 20$ | $\bigcirc - \bigcirc \times \bigcirc \rightarrow 20$ |
| $\times \quad + \quad \times$ | $+ \quad \times \quad +$ |
| $\bigcirc + \bigcirc \times \bigcirc \rightarrow 55$ | $\bigcirc \times \bigcirc + \bigcirc \rightarrow 57$ |
| $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ | $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ |
| 16 7 50 | 15 21 21 |

► Escribe en cada círculo la cifra correspondiente, una vez efectuadas las operaciones, obtendrá el resultado que indica la flecha.

El Sol 08-07-90.

Coloca las cifras de tu prima? en las casillas para que las operaciones sean correctas

| | | | | | |
|----|---|----|---|----|----|
| 9 | + | | : | | =7 |
| - | ■ | x | ■ | + | ■ |
| | x | | + | | =8 |
| : | ■ | - | ■ | : | ■ |
| | x | | : | | =3 |
| =2 | ■ | =6 | ■ | =1 | ■ |

El Mundo 11=01=02.

BUSCANÚMEROS

JURJO

Las letras A, B, D, E, F, H, J, K, L, M sustituyen a los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, pero no necesariamente en ese mismo orden. Sabiendo que se trata de sumas horizontales y verticales, averigüe qué número corresponde a cada letra y anote los resultados en la casilla superior. Para guiarle, le ofrecemos dos letras resultas: D = 3, M = 8.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | D | E | F |
| | | 3 | | |
| H | J | K | L | M |
| | | | | 8 |

| | | | | |
|----|----|----|----|------|
| H | F | B | A | M |
| | | | | 8 22 |
| J | K | D | E | F |
| | | 3 | | 20 |
| L | A | H | D | E |
| | | | 3 | 19 |
| A | D | J | H | K |
| | 3 | | | 29 |
| M | H | E | B | L |
| 8 | | | | 18 |
| 30 | 25 | 14 | 15 | 24 |

