

## Problemas para manipular

**U**no de los grandes retos que tenemos en la actualidad muchos profesores de matemáticas es la introducción de la *Resolución de Problemas* como una actividad cotidiana en nuestras clases.

No es una propuesta fácil pues choca con planteamientos curriculares más inclinados a los conceptos y sus procedimientos asociados, donde, por tanto, priman los ejercicios como actividad de enseñanza-aprendizaje para transmitir-adquirir los contenidos; choca con la asignación temporal del área, escasa, cuando la *Resolución de Problemas* necesita bastante tiempo y choca con las concepciones y actitudes de los alumnos, que creen que eso no es matemáticas y, en gran medida, no muestran unas actitudes necesarias cuando se resuelven problemas: interés, paciencia, reflexión, confianza en sí mismo...

Nosotros no tenemos una respuesta totalmente satisfactoria; sí realizamos aproximaciones desde diversos planteamientos temporales: Concursos de Resolución de Problemas a lo largo de varios meses, Salones de Juegos, Gymkhanas matemáticas o días puntuales en clase (final de trimestre, semana cultural, Día Escolar de las Matemáticas...), etc.

Otro aspecto que ayuda a hacer atractiva la *Resolución de Problemas* es la presentación de los mismos. En edades tempranas es un requisito imprescindible. Una presentación cuidada, con buena impresión de los textos e imágenes en color, nos atrae a todos. Si se utilizan elementos cotidianos (fichas de damas, tapones de botellas de plástico, piezas de juegos ya desechados, tacos de madera, etc.) además de una cierta familiaridad estamos reciclando objetos que seguramente acabarían en la basura.

Queremos mostrar hoy algunos problemas donde el poder manipular elementos produce, en primer lugar, un efecto de atracción y, posteriormente, facilita su resolución, porque permite explorar, analizar las distintas posibilidades y elegir una y no otras sin tener que anotar ni borrar nada.

Los tableros necesarios para estos problemas son fáciles de construir sin más que un procesador de textos y un programa

de tratamiento de imágenes. Es bastante interesante que el enunciado del problema figure en el propio tablero pues da autonomía a los alumnos y no es necesaria una presencia constante del profesor.

Los problemas que presentamos permiten, en general, adaptaciones a diversos niveles de dificultad, desde Primaria a Secundaria, y debe ser el profesor, en virtud de los alumnos con los que vaya a trabajar, el que modifique adecuadamente los enunciados.

*Uno de los aspectos que ayuda a hacer atractiva la Resolución de Problemas es la presentación de los mismos.*

### Edificios

El tablero siguiente es una manzana de edificios, uno por casilla. En cada línea, horizontal o vertical, los edificios son todos de distinta altura. Los números del contorno indican cuántos edificios son visibles desde esa dirección. Por ejemplo, si se

---

### Grupo Alquerque de Sevilla

Constituido por:

**Juan Antonio Hans Martín** C.C. Santa María de los Reyes.

**José Muñoz Santonja** IES Macarena.

**Antonio Fernández-Aliseda Redondo** IES Camas.

[juegos.suma@fespm.org](mailto:juegos.suma@fespm.org)

mira la secuencia de alturas 1, 4, 3, 2 de izquierda a derecha veremos 2 edificios (el 1 y el 4) y mirando de derecha a izquierda se ven 3 (el 2, el 3 y el 4). En la esquina superior izquierda aparecen dos números que señalan las alturas que se dan en esa manzana.

¿Cuál es la distribución de los edificios?

1-4	3	1	2	2	
2					3
2					1
1					3
3					2
	2	3	1	2	

Edificios 1

Si la presentación de este problema fuese simplemente así se trataría de un pasatiempo con lápiz y papel cuya resolución no es atractiva para los alumnos por la inseguridad de la equivocación y el tener que estar borrando con frecuencia.

Para evitar esto, nosotros lo planteamos como un problema para manipular. En una hoja de papel A4 diseñamos el tablero como una tabla de Word, en color para que sea atractivo, y por otro lado construimos los edificios. Para ello utilizamos ortoedros de madera de 4x2x1 cm; pensando en utilizarlos en un juego de hasta cinco plantas hacen falta 75 piezas base (cinco de cinco plantas, cinco de cuatro, cinco de tres...) que se pegan con cola de carpintero para conseguir los edificios necesarios.

*En la actualidad, uno de los retos que tenemos en el aula es la introducción de la Resolución de Problemas como una actividad cotidiana en nuestras clases.*

A partir de este momento comienza el razonamiento y la manipulación. Aunque en un principio no se sabe cómo empezar, pronto se cae en la cuenta de que se ve un edificio solamente cuando todos los que están detrás son más bajos, por lo tanto, si en el margen hay un 1 es porque el primer edificio es el más alto. Siguiendo el procedimiento de colocar los

que estén seguros por la indicación numérica y completar, teniendo en cuenta la regla de que en cada fila y columna sólo hay un edificio de una determinada altura, se va rellenando el tablero en su totalidad.

Una vez construidos los edificios basta con elaborar distintos tableros sin más que modificar el contorno numérico, así se rentabilizará el esfuerzo realizado en la construcción de los edificios. Además permite plantear situaciones con distintos grados de dificultad (como veremos en las posibles variantes de este tipo de problemas) para abarcar los distintos niveles de desarrollo que podemos encontrarnos entre los alumnos de una clase.

Puede ocurrir que un problema tenga más de una solución, esto ocurre a partir de cinco plantas, porque pueden permutarse los bloques más bajos *tapados* por los más altos sin que incumplan la condición numérica. Tal es el caso del ejemplo de cinco alturas que proponemos a continuación.

1-5	1	2	2	2	4	
1						4
2						2
2						2
4						1
3						2
	3	2	1	3	2	

Edificios 2

**Variante 1**

Una forma de presentar el problema es no dando todos los datos del contorno, pero sí los necesarios para la resolución. Aunque en principio puede asustar un poco, realmente no se necesita más información.

1-4		1			
					3
1					
2					
2					1
		3		1	

Edificios 3

### Variante 2

La única diferencia entre esta variante y los edificios regulares es que ahora hay espacios en blanco (uno en cada fila y columna), que corresponden a parques. No son edificios y al no tapar la vista, no se cuentan. ¿Puedes colocar los edificios?

1-3	1	2	2	2	
1					3
2					2
2					1
2					2
	2	2	1	2	

Edificios 4

*Es frecuente encontrarse con enunciados de problemas donde un tablero y fichas sean los elementos necesarios para cumplir determinadas condiciones. En este caso el material es sumamente fácil de elaborar.*

### Variante 3

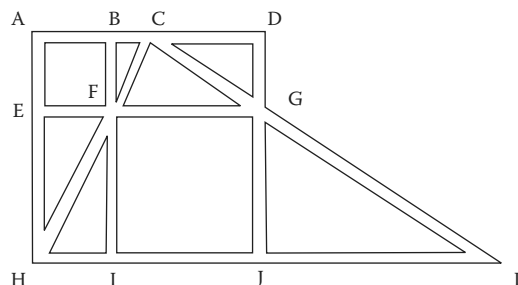
En esta modalidad los números del contorno indican la suma de las alturas de los edificios que se pueden ver desde ese lado de la fila o la columna; por ejemplo, la fila 2-4-1-3 tiene una suma de 6 vistos de izquierda a derecha y una suma de 7 vistos de derecha a izquierda.

1-4			9		
7					
					8
					9
7					
		9			

Edificios 5

### Puestos de vigilancia

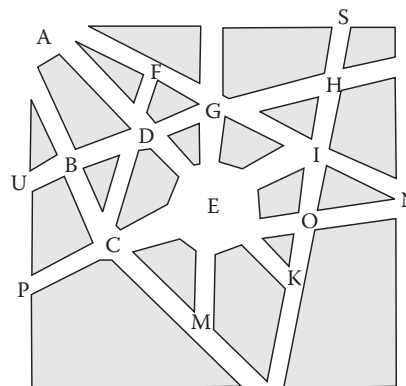
El plano siguiente muestra las calles de una ciudad. Coloca tres policías en las esquinas de forma que vigilen todas las calles y que en una misma calle no haya más de un policía.



Este tipo de problemas tiene unas condiciones muy simples (tres policías, ver todas las calles y no haber más de dos en una calle) que lo hacen asequible para alumnos de Primaria (a partir de 2º ciclo). Sin embargo sería sumamente complicada su resolución a estas edades si no se hace de forma que se puedan mover, en caso de error, los policías.

Basta diseñar un tablero con el plano ampliado (es aconsejable que aparezca también el enunciado del problema), imprimirlo, plastificarlo (para evitar su deterioro) y buscar tres objetos que hagan de policías: monedas, piedrecitas, fichas de parchís o damas... para empezar a resolverlo.

Otro plano de un barrio, donde con tres policías hay que vigilar todas las calles interiores, es el siguiente:



### Colocando fichas

Es frecuente encontrarse con enunciados de problemas donde un tablero y fichas sean los elementos necesarios para cumplir determinadas condiciones. En este caso el material es sumamente fácil de elaborar y como fichas se pueden utilizar tapo-

nes de refresco, que se pueden conseguir de distintos colores y cantidades abundantes, sobre todo si se hace un acopio colectivo con toda una clase, y que además sirve para reutilizar un elemento que de otra manera acabaría, en el mejor de los casos, en el contenedor de plástico.

Los niveles de dificultad suelen ser variados según los enunciados y muchas veces se pueden adaptar a distintas edades: utilizando tableros de mayor o menor tamaño (3x3, 4x4...); exigiendo simplemente la colocación de las fichas o pidiendo además todas las formas posibles en que se puede hacer...

### Fichas a la vista

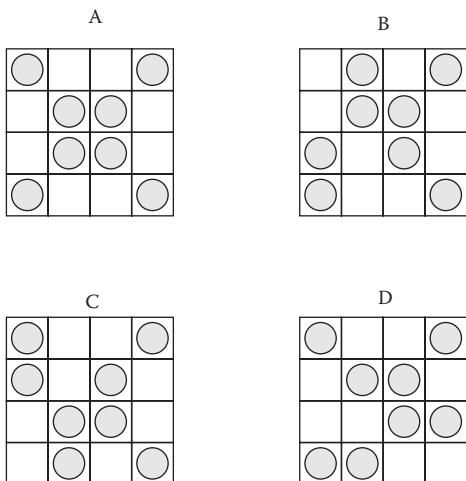
Dos fichas colocadas en un tablero cuadrado "se ven" si:

- en cada cuadro no hay más que una ficha,
- están en la misma fila o columna,
- entre ellas no hay ninguna otra ficha.

A. ¿Cuántas fichas se pueden colocar en un tablero 3x3 (4x4, 5x5...) de forma que cualquiera de ellas "vea" exactamente a otras dos?

B. ¿De cuántas formas distintas se pueden colocar? Dos posiciones se consideran diferentes si no son simétricas respecto de alguno de los cuatro ejes de simetría del cuadrado o respecto del centro.

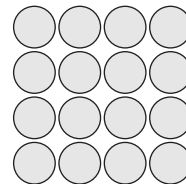
Para ejemplificar esto último tenemos en la siguiente imagen cuatro posiciones correspondientes a un tablero 4x4. A y B son soluciones diferentes; sin embargo, B, C y D son la misma.



### Ocho Tapones

Coloca ocho tapones (cuatro de un color y cuatro de otro) en un tablero de círculos 4x4, como máximo uno en cada círculo,

de manera que no haya dos tapones de un mismo color en casillas que se encuentren en la misma fila, columna o diagonal.



### Diez Tapones

Coloca diez tapones en un tablero 4x4, como máximo uno en cada círculo, de manera que cada fila, cada columna y cada diagonal principal tenga un número par de tapones.

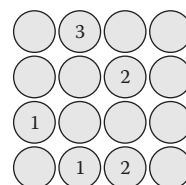
*Los niveles de dificultad de los juegos suelen ser variados según los enunciados y muchas veces se pueden adaptar a distintas edades.*

### Buscaminas

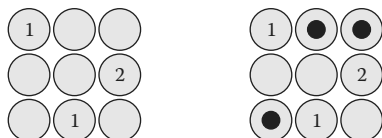
Casi todo el mundo conoce, sobre todo los alumnos, el juego del buscaminas que suele venir instalado con Windows. En una cuadrícula está oculta determinada cantidad de minas. Al inicio todas las celdas de la cuadrícula están tapadas. Cuando destapamos una celda que oculta una mina, hemos perdido el juego; si no oculta una mina, la celda destapada nos indicará cuántas minas hay en las ocho casillas adyacentes a ella (horizontales, verticales o diagonales). Se gana el juego si se destapan todas las casillas que no contienen minas.

Nosotros proponemos una variante para poder manipular fichas.

En el tablero hay 5 minas. Cada mina ocupa una casilla. Los números indican la cantidad de minas que hay en las casillas vecinas, en horizontal, vertical o diagonal. Las casillas con números no tienen minas. ¿Dónde están situadas las minas?



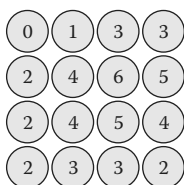
Es un juego muy adaptable, en tamaño y dificultad. A continuación aparece un tablero 3x3 (junto con su solución), en el que hay escondidas tres minas, que se puede utilizar con los alumnos de Primaria. De nuevo basta realizar un tablero y manejar los tapones que representarán las minas.



### Buscando casas negras.

#### VI Olimpiada Matemática Gallega, 2º ESO, 2004

El siguiente tablero representa un barrio formado por casas blancas y negras que hay que descubrir. La cifra que aparece en cada celda indica el número de casas negras que tiene alrededor (incluida ella misma).



### Problemas de lógica

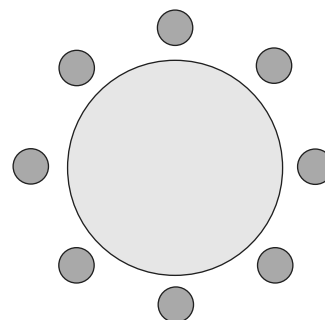
Los dos problemas siguientes están planteados para alumnos de Primaria. Los elementos que se pueden manipular son objetos (figuras geométricas o números) que se pueden construir fácilmente en cartón, plástico o madera.

#### El problema del restaurante

Los señores Círculo, Cuadrado, Rectángulo y Triángulo (en color azul) fueron, con sus respectivas esposas (en color rojo), a comer a un buen restaurante. Se sentaron en una mesa circular, de manera que:

- Ninguna esposa se sentaba al lado de su marido.
- Enfrente diametralmente del señor Cuadrado se sentaba el señor Triángulo.
- A la derecha de la señora Círculo se sentaba el señor Rectángulo.
- No había dos esposas juntas.

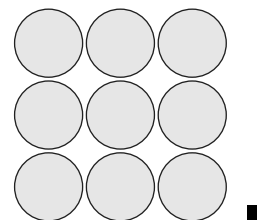
¿Quién se sentaba entre los señores Cuadrado y Círculo?



#### Los números ordenados

Coloca los números del 1 al 9 en tres filas y tres columnas, teniendo en cuenta que:

- 3, 6 y 8 están en la línea horizontal superior.
- 5, 7 y 9 están en la línea horizontal inferior.
- 1, 2, 3, 6, 7 y 9 no están en la línea vertical izquierda.
- 1, 3, 4, 5, 8 y 9 no están en la línea vertical derecha.



### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LEDESMA LÓPEZ, A.: Edita anualmente en Valencia la memoria del correspondiente Open Matemático de Resolución de Problemas; en 2004 se celebró el XVI Open.

RUIZ RUIZ-FUNES, C. y OTROS: *Matemáticas sin números*, Imagina y razona,

[http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/](http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/)  
SÁNCHEZ PESQUERO, C. y CASAS GARCÍA, L. (1998): *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en Matemáticas*, Ministerio de Educación y Cultura, Madrid.